제 2 교시

수학 영역

KSM

5 지 선 다 형

1. $\sqrt{20}+\sqrt{5}$ 의 값은? [2점]

① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{5}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

2. 일차방정식 $\frac{x}{2}+7=2x-8$ 의 해는? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$\frac{3}{2}x=15$, $x=10$

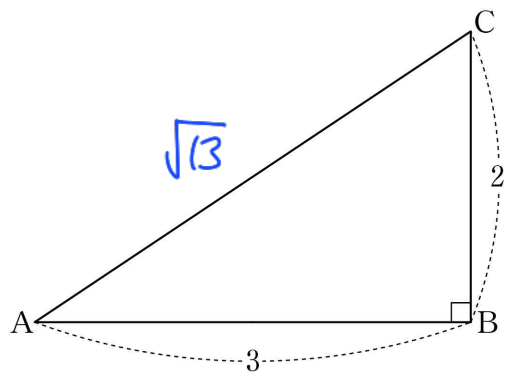
3. 일차함수 $y=ax$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(2, 9)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$y=ax-3$ $(2, 9)$

$9=2a-3$, $a=6$

4. 그림과 같이 $\angle B=90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=2$ 일 때, 선분 AC 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는? [3점]



① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

5. 다음은 어느 동호회 회원 15명의 나이를 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 이 자료의 최빈값은? [3점]

(1|7은 17세)

줄기	잎
1	7 8 9 9
2	0 5 5 8 8
3	4 4 4 5
4	1 6

① 19세 ② 25세 ③ 28세
④ 34세 ⑤ 41세

6. 다항식 $(x+a)(x-3)$을 전개한 식이 x^2+bx+6일 때, ab의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

$x^2+(a-3)x-3a$

$\begin{cases} a-3=b \\ -3a=6 \end{cases}$ $a=-2$, $b=-5$

7. 두 일차방정식

$x-2y=7$, $2x+y=-1$

의 그래프의 교점의 좌표를 (a, b)라 할 때, $a+b$의 값은? [3점]

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

$2x-4y=14$
$-\underline{\mid 2x+y=-1}$
$-5y=15$, $y=-3$
$x=1$)

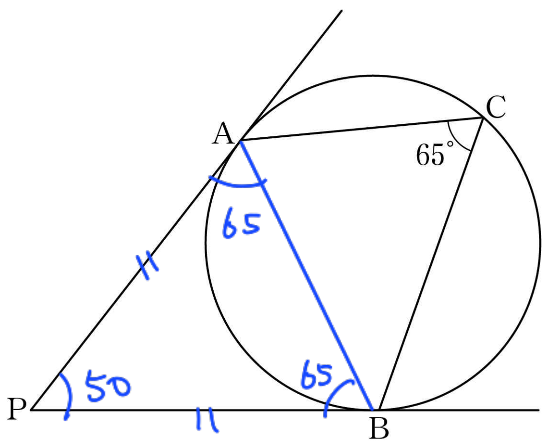
8. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 각각의 주사위에서 나오는 눈의 수의 차가 2 또는 4일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

6 4　　6 2
5 3　　5 1
4 2
3 1

$6\times2=12,\ \frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

9. 그림과 같이 원 위의 세 점 A, B, C와 원 밖의 한 점 P에 대하여 직선 PA와 직선 PB는 원의 접선이고, $\angle\mathrm{ACB}=65^\circ$이다. 각 BPA의 크기는? [3점]



① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

10. x에 대한 이차방정식 $(x-a)^2=27$의 두 근이 모두 양수가 되도록 하는 자연수 a의 최솟값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$x-a=\pm\sqrt{27}$

$x=a\pm\sqrt{27}$

$a-\sqrt{27}>0$　　$a>5.\text{xxx}$

$a+\sqrt{27}>0$

11. 다음은 어느 학교의 학생 45명을 대상으로 한 달 동안의 독서 시간을 조사하여 나타낸 도수분포표이다.

독서 시간(시간)	학생 수(명)
$0^{이상}$ ~ $5^{미만}$	7
5 ~ 10	11
10 ~ 15	a
15 ~ 20	10
20 ~ 25	b
합계	45

이 도수분포표에서 독서 시간이 10시간 이상 15시간 미만인 계급의 상대도수가 0이 아닌 유한소수일 때, $2a+b$의 값은? [3점]

① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

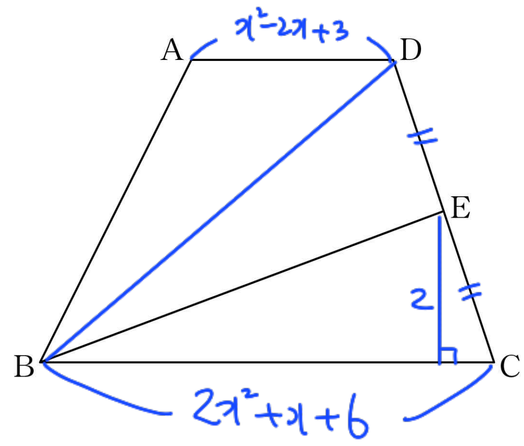
$a+b=17$

$\frac{a}{45}=\frac{a}{3^2\times5}$: 유한소수

$\therefore a=9$
$b=8$

12. 두 밑변 AD, BC의 길이가 각각 x^2-2x+3, $2x^2+x+6$이고 높이가 4인 사다리꼴 ABCD가 있다. 선분 CD의 중점을 E라 할 때, 사각형 ABED의 넓이는? [3점]

① $3x^2-x+8$ ② $3x^2-x+9$ ③ $4x^2-3x+12$ ④ $4x^2-3x+13$ ⑤ $5x^2-3x+14$

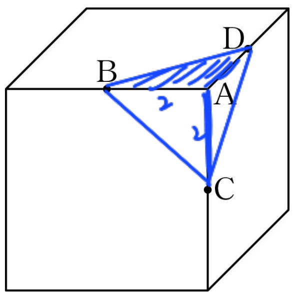


□ABCD − △BCE

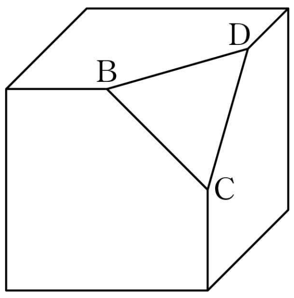
$=\frac{1}{2}(3x^2-x+9)\times4-\frac{1}{2}(2x^2+x+6)\times2$

$=(6x^2-2x+18)-(2x^2+x+6)=4x^2-3x+12$

13. [그림 1]과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정육면체가 있다. 이 정육면체의 한 꼭짓점 A에서 만나는 세 모서리의 중점을 각각 B, C, D라 하자. 이 정육면체에서 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사면체를 잘라 내어 [그림 2]와 같은 입체도형을 만들었다. [그림 2]의 입체도형의 부피는? [3점]



[그림 1]

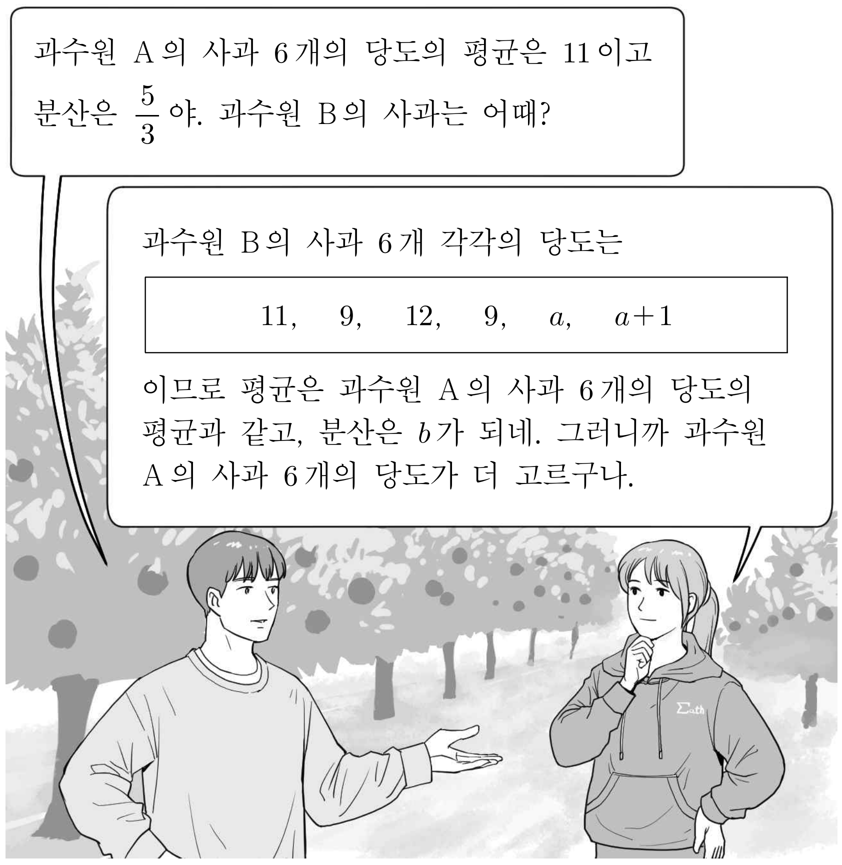


[그림 2]

① $\frac{179}{3}$　② $\frac{182}{3}$　③ $\frac{185}{3}$　④ $\frac{188}{3}$　⑤ $\frac{191}{3}$

$4^3 - \frac{1}{3}\times 2\times 2 = 64-\frac{4}{3}=\frac{188}{3}$

14. 다음은 과수원 A의 사과 6개와 과수원 B의 사과 6개의 당도를 brix 단위로 측정한 결과에 대한 두 학생의 대화이다.



위 학생들의 대화를 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? [4점]

① $\frac{37}{3}$　② $\frac{40}{3}$　③ $\frac{43}{3}$　④ $\frac{46}{3}$　⑤ $\frac{49}{3}$

$\frac{11+9+12+9+a+(a+1)}{6}=11$

$2a+42=66 \quad \therefore a=12$

$b=\frac{0+4+1+4+1+4}{6}=\frac{7}{3}$

15. 두 온라인 서점 A, B에서 판매하는 정가가 12000원인 어느 도서의 할인율과 배송비는 표와 같다.

	온라인 서점 A	온라인 서점 B
도서 할인율	5%	10%
배송비	0원	4000원

온라인 서점 A에서 이 도서를 한번에 x권 주문할 때 지불하는 금액이 온라인 서점 B에서 이 도서를 한번에 x권 주문할 때 지불하는 금액보다 더 크게 되도록 하는 x의 최솟값은? (단, 배송비는 한 번만 지불한다.) [4점]

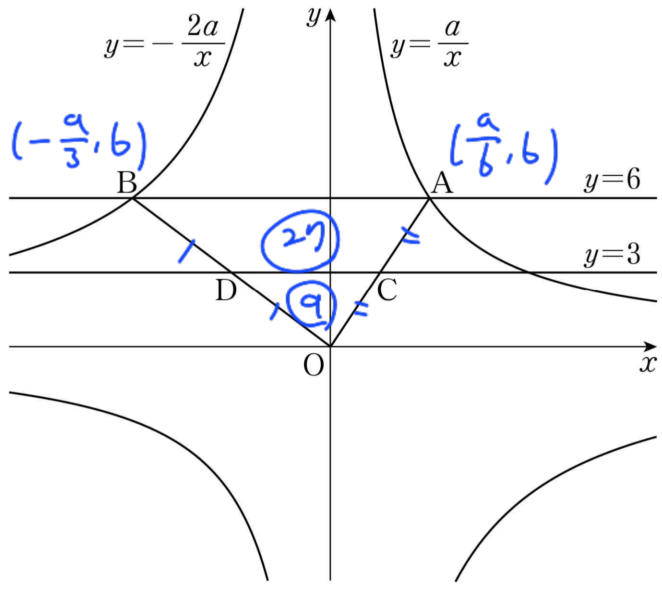
① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$12000x\left(\frac{95}{100}\right) > 12000x\left(\frac{90}{100}\right)+4000$

$\frac{95}{100}(12x) - \frac{90}{100}(12x) > 4$

$\frac{60}{100}x > 4, \quad x > \frac{20}{3}$

16. 그림과 같이 양수 a에 대하여 두 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$, $y=-\frac{2a}{x}$의 그래프가 직선 $y=6$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 선분 OA, OB가 직선 $y=3$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ABDC의 넓이가 27일 때, a의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

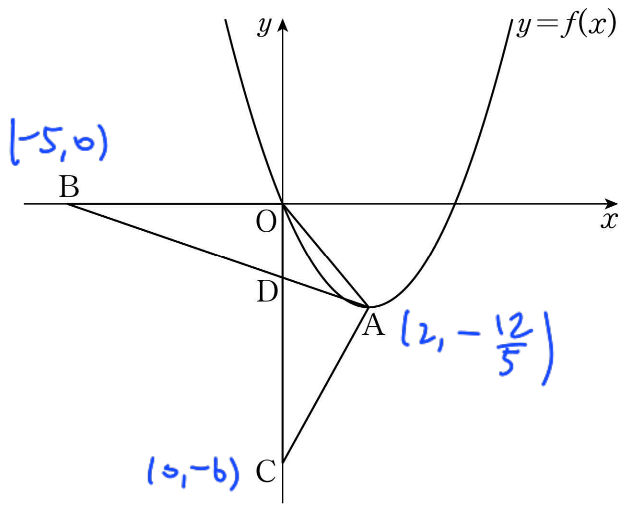


① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

$\overline{AB} = \frac{a}{2}$,

$\triangle OAB = \frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot 6 = 36, \quad a=24$

17. 그림과 같이 원점 O를 지나고 제4사분면 위의 점 A를 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 있다. 두 점 B$(-5, 0)$, C$(0, -6)$에 대하여 선분 AB와 선분 OC가 점 D에서 만난다. 삼각형 OCA의 넓이가 6이고, 삼각형 OBD의 넓이와 삼각형 DCA의 넓이가 같을 때, $f(10)$의 값은? (단, 점 D는 점 C가 아니다.) [4점]



① 32 ② 33 ③ 34 ④ 35 ⑤ 36

$\triangle BOA = \triangle OCA = 12$

$\therefore A(2, -\frac{12}{5})$

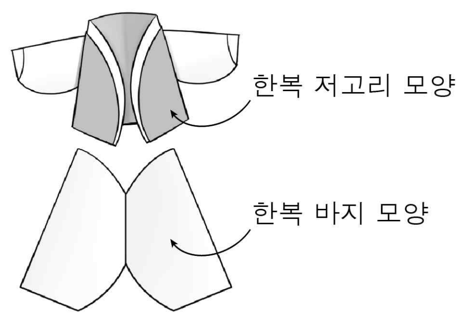
$y = a(x-2)^2 - \frac{12}{5}$ $(0,0)$

$0 = 4a - \frac{12}{5}$, $a = \frac{3}{5}$

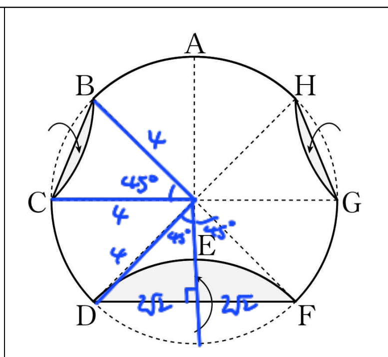
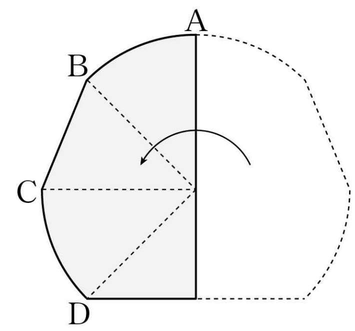
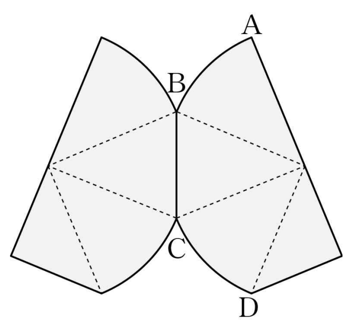
$f(x) = \frac{3}{5}(x-2)^2 - \frac{12}{5}$

$f(10) = \frac{180}{5} = 36$

18. 원 모양의 종이를 이용하여 그림과 같은 한복 저고리 모양과 한복 바지 모양을 만들 수 있다.



다음은 반지름의 길이가 4cm인 원 모양의 종이 두 장을 이용하여 한복 바지 모양을 만드는 과정이다.

Ⅰ		원 모양의 종이의 둘레를 8등분하는 8개의 점 A, B, C, D, E, F, G, H에 대하여 선분 BC, 선분 DF, 선분 GH를 접는 선으로 하여 종이를 접는다.
Ⅱ		두 점 D, F가 일치하도록 접는다.
Ⅲ		Ⅰ, Ⅱ와 같은 방법으로 접은  모양의 종이 2개를 그림과 같이 직선 BC를 대칭축으로 하는 선대칭도형이 되도록 겹치지 않게 빈틈없이 붙인다.

위와 같은 방법으로 만든  모양의 도형의 넓이는 $a\text{cm}^2$이다. a의 값은? (단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]

① $6+6\pi+6\sqrt{2}$ ② $8+6\pi+6\sqrt{2}$ ③ $6+8\pi+8\sqrt{2}$
④ $8+8\pi+8\sqrt{2}$ ⑤ $10+8\pi+10\sqrt{2}$

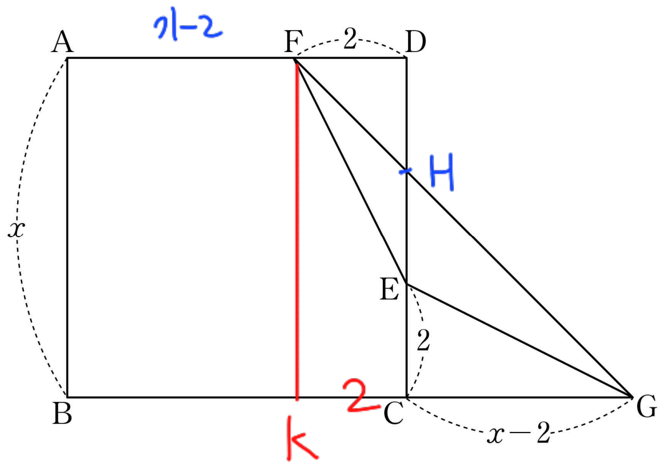
$S = 16\pi - (2\times(\nabla OBC - \triangle OBC) + \nabla ODF - \triangle ODF)$

$= 16\pi - (2(2\pi - 4\sqrt{2}) + 4\pi - 8)$

$= 8\pi + 8\sqrt{2} + 8$

19. 한 변의 길이가 $x\,(x>4)$인 정사각형 ABCD에 대하여 선분 CD 위에 $\overline{\mathrm{CE}}=2$인 점 E와 선분 AD 위에 $\overline{\mathrm{FD}}=2$인 점 F가 있다. 선분 BC의 연장선 위에 $\overline{\mathrm{CG}}=x-2$인 점 G를 잡을 때, 삼각형 EGF의 넓이는 7이다. x의 값은? [4점]

① $2+2\sqrt{2}$ ② $2+3\sqrt{2}$ ③ $3+3\sqrt{2}$
④ $4+3\sqrt{2}$ ⑤ $3+4\sqrt{2}$



$\triangle HDF \sim \triangle HCG \quad 2 : x-2$

$\overline{HC} = x \times \dfrac{x-2}{2+(x-2)} = x-2$

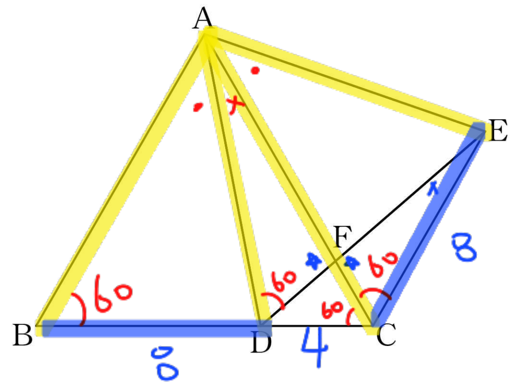
$\overline{HE} = x-4$

$\triangle EGF = \frac{1}{2} \times \overline{HE} \times \overline{KG} = \frac{1}{2}(x-4)x = 7$

$x^2-4x-14=0$

$x = 2\pm\sqrt{18} = 2+3\sqrt{2}$

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 12인 정삼각형 ABC의 변 BC 위에 $\overline{\mathrm{DC}}=4$인 점 D가 있다. 선분 AD를 한 변으로 하는 정삼각형 ADE에 대하여 선분 AC와 선분 DE가 만나는 점을 F라 하자.



다음은 선분 CF의 길이를 구하는 과정이다.

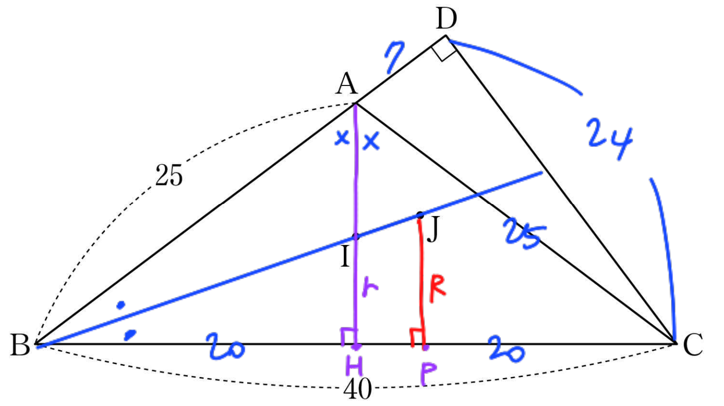
> 두 정삼각형 ABC, ADE에서
> $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}},\ \overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AE}}$
> 이고,
> $\angle\mathrm{BAD}=60^\circ-\angle\mathrm{DAC}=\angle\mathrm{CAE}$
> 이므로 삼각형 ABD와 삼각형 ACE는 서로 합동이다.
> 그러므로
> $\angle\mathrm{ECA}=60^\circ,\ \overline{\mathrm{CE}}=$ (가) 8
> 이다.
> 한편 각 AFD와 각 CFE는 서로 맞꼭지각이고,
> $\angle\mathrm{FDA}=\angle\mathrm{ECF}$ 이므로
> $\angle\mathrm{DAF}=\angle\mathrm{FEC}$
> 이다.
> 또한 $\angle\mathrm{ACD}=\angle\mathrm{ECF}$ 이므로 삼각형 ACD와 삼각형 ECF는 서로 닮은 도형이고,
> 삼각형 ACD와 삼각형 ECF의 닮음비는 (나) 3 : 2이다.
> 따라서 $12:8=3:2$
> $\overline{\mathrm{CF}}=$ (다) $\frac{8}{3}$
> 이다. $4:\overline{CF}=3:2,\ \overline{CF}=\frac{8}{3}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 $p,\ q,\ r$이라 할 때, $p+q+r$의 값은? (단, 선분 AB와 선분 DE는 만나지 않는다.) [4점]

① $\frac{41}{3}$ ② 14 ③ $\frac{43}{3}$ ④ $\frac{44}{3}$ ⑤ 15

$8+3+\frac{8}{3}=\frac{41}{3}$

21. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=25$ 이고 $\overline{BC}=40$ 인 이등변삼각형 ABC에 대하여 점 C에서 직선 AB에 내린 수선의 발을 D라 하자. 삼각형 ABC의 내심을 I, 삼각형 DBC의 내심을 J라 할 때, 선분 IJ의 길이는? [4점]



① $\frac{11\sqrt{10}}{9}$ ② $\frac{4\sqrt{10}}{3}$ ③ $\frac{13\sqrt{10}}{9}$
④ $\frac{14\sqrt{10}}{9}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{10}}{3}$

$\overline{AH}=15$, $\triangle BHA \sim \triangle BDC$ 5:8 ∴ $\overline{CD}=32$, $\overline{BD}=40$

$\overline{AD}=7$

$\triangle ABC$, $\frac{1}{2}r(25+25+40)=\frac{1}{2}\cdot 40\cdot 15$, $r=\frac{20}{3}$

$\triangle BCD$, $\frac{1}{2}R(32+24+40)=\frac{1}{2}\cdot 32\cdot 24$, $R=8$) $r:R=5:6$

$\triangle BHI$, $\overline{BI}=\frac{20}{3}\sqrt{10}$

$\triangle BIH \sim \triangle BJP$ 5:6 ∴ $\overline{IJ}=\frac{1}{5}\overline{BI}=\frac{4}{3}\sqrt{10}$

단답형

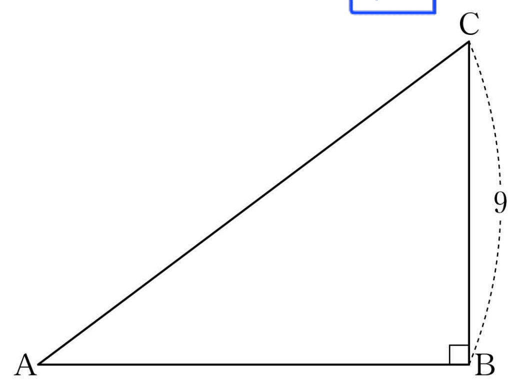
22. 이차함수 $y=x^2-2x+6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b)일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

$\boxed{6}$

$(x-1)^2+5$ (1,5)

23. $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC}=9$, $\sin A=\frac{3}{5}$일 때, 선분 AC의 길이를 구하시오. [3점]

$\boxed{15}$



$\sin A=\frac{9}{\overline{AC}}=\frac{3}{5}$ ∴ $\overline{AC}=15$

24. 두 자리의 자연수 m과 세 자리의 자연수 n에 대하여 $m \times n = 1265$일 때, $m+n$의 값을 구하시오. [3점]

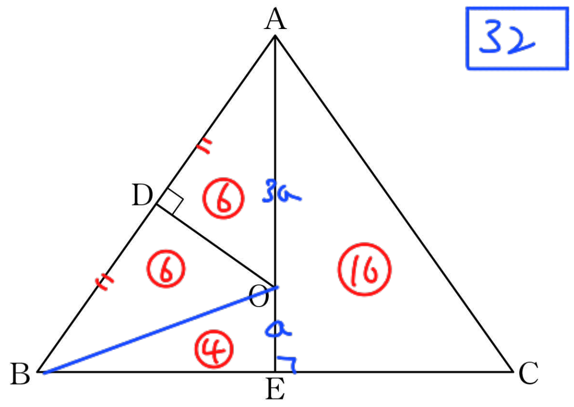
$\boxed{126}$

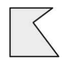
$1265 = 5 \times 11 \times 23$

$= 11 \times 115$

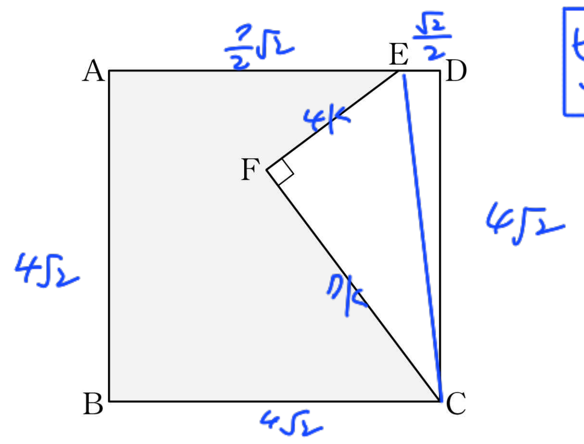
25. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A < 90^\circ$인 이등변삼각형 ABC의 외심을 O라 하자. 점 O에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 D라 하고, 직선 AO와 선분 BC의 교점을 E라 하자. $\overline{AO} = 3\overline{OE}$이고 삼각형 ADO의 넓이가 6일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점]

$\boxed{32}$



26. 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$인 정사각형 ABCD의 선분 AD 위에 $\overline{DE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$인 점 E가 있다. 정사각형 내부의 한 점 F에 대하여 $\angle CFE = 90^\circ$이고 $\overline{EF} : \overline{FC} = 4 : 7$이다. 정사각형 ABCD에서 사각형 EFCD를 잘라 내어  모양의 도형을 만들었을 때, 이 도형의 둘레의 길이는 a이다. a^2의 값을 구하시오. [4점]

$\boxed{578}$



$EC^2 = 16k^2 + 49k^2 = \frac{1}{2} + 32$

$65k^2 = \frac{65}{2}$, $k^2 = \frac{1}{2}$, $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$a = \frac{23}{2}\sqrt{2} + 11k = \frac{34}{2}\sqrt{2} = 17\sqrt{2}$

$a^2 = 578$

27. 네 수 $-\frac{1}{2}$, $\frac{6}{5}$, $-\frac{3}{4}$, $\frac{2}{9}$ 중 서로 다른 두 수를 곱하여 나올 수 있는 값으로 가장 큰 수를 a, 가장 작은 수를 b라 할 때, $120(a-b)$의 값을 구하시오. [4점]

$\boxed{153}$

$\frac{3}{8}$, $\frac{4}{15}$ / $-\frac{3}{5}$, $-\frac{1}{9}$, $-\frac{9}{10}$, $-\frac{1}{6}$

$a=\frac{3}{8}$

$b=-\frac{9}{10}$

$120\left(\frac{3}{8}+\frac{9}{10}\right)$

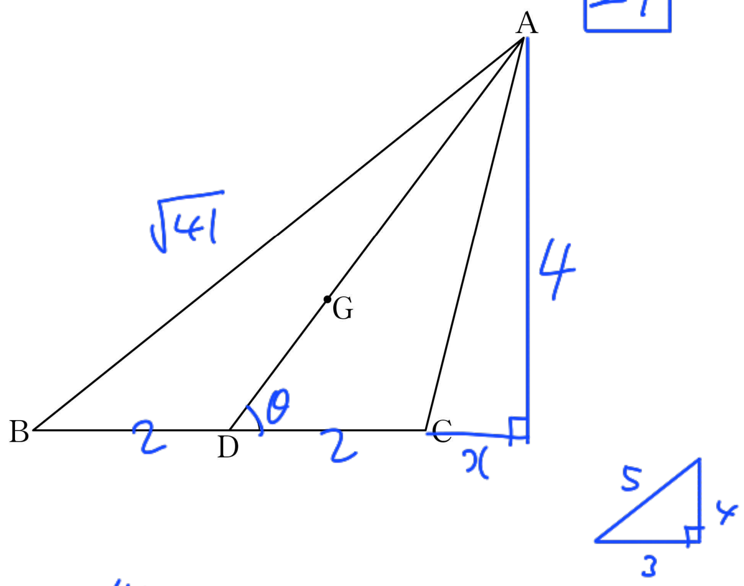
$=45+108=153$

28. 그림과 같이 $\overline{AB}=\sqrt{41}$, $\overline{BC}=4$, $\angle C>90°$인 삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하자. 직선 AG와 선분 BC가 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 ADC의 넓이가 4이다.

$\overline{DG}\times\tan(\angle CDA)=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$\boxed{29}$



$41=16+(x+4)^2$, $x=1$

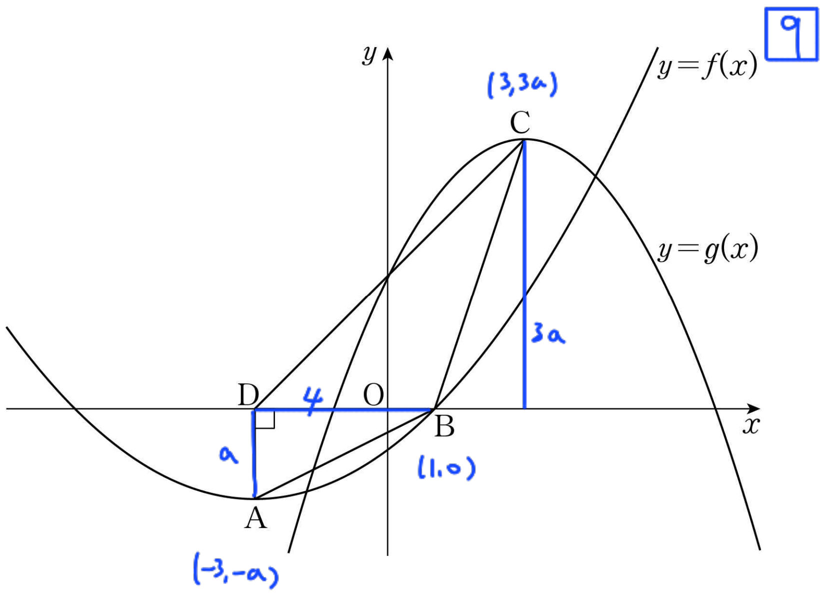
$\tan\theta=\frac{4}{3}$

$\overline{DG}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{5}{3}$

$\therefore \frac{5}{3}\times\frac{4}{3}=\frac{20}{9}=\frac{q}{p}$

29. 그림과 같이 양수 a에 대하여 꼭짓점이 A$(-3,\ -a)$이고 점 B$(1,\ 0)$을 지나는 이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 꼭짓점이 C$(3,\ 3a)$인 이차함수 $y=g(x)$의 그래프가 있다. 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 D라 할 때, 사각형 ABCD의 넓이는 16이다. 이차함수 $y=g(x)$의 그래프가 y축과 만나는 점이 선분 CD 위에 있을 때, $f(-1)\times g(-3)$의 값을 구하시오. [4점]

$\boxed{9}$



$\frac{1}{2}\times4\times(a+3a)=16,\ a=2$

$A(-3,-2),\ C(3,6)$

$f(x)=p(x+3)^2-2,\ f(1)=0 \to p=\frac{1}{8},\ f(x)=\frac{1}{8}(x+3)^2-2$

$g(x)=q(x-3)^2+6,\ g(0)=9q+6$

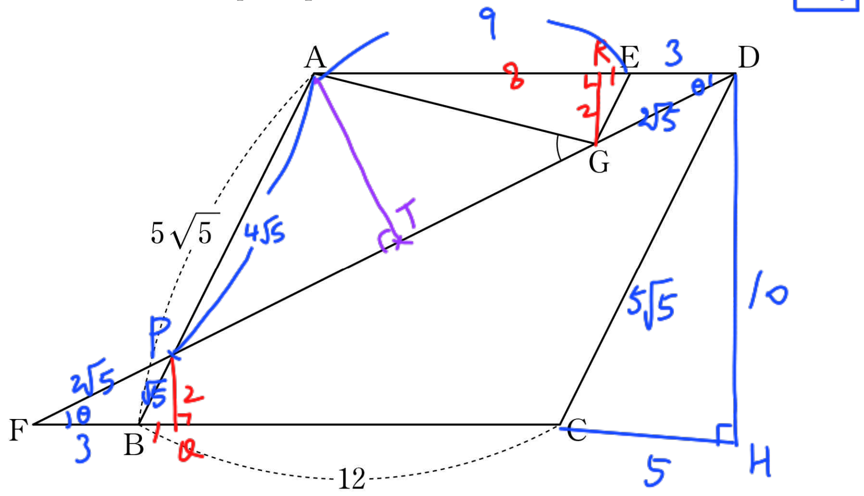
$C(3,6), D(-3,0)$ $\quad CD: y=x+3$ $\quad 9q+6=3,\ q=-\frac{1}{3}$

$g(x)=-\frac{1}{3}(x-3)^2+6$

$\therefore f(-1)\times g(-3)=\left(-\frac{3}{2}\right)(-6)=9$

30. 그림과 같이 $\overline{\text{AB}}=5\sqrt{5}$, $\overline{\text{BC}}=12$, $\angle\text{CBA}<90^\circ$이고 넓이가 120인 평행사변형 ABCD가 있다. 선분 AD 위에 $\overline{\text{AE}}=3\overline{\text{ED}}$인 점 E를 잡고, 선분 CB의 연장선 위에 $\overline{\text{BF}}=\overline{\text{ED}}$인 점 F를 잡는다. 점 E를 지나고 직선 AB와 평행한 직선이 선분 DF와 만나는 점을 G라 할 때, $\sin(\angle\text{AGF})=\frac{q}{p}\sqrt{85}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$\boxed{91}$



$\square ABCD=120 \to \overline{DH}=10,\ \overline{CH}=5$

$\angle DFB=\theta,\ \tan\theta=\frac{\overline{DH}}{\overline{FH}}=\frac{1}{2}$

$\triangle PAD \sim \triangle PBF \quad 4:1 \quad \therefore \overline{AP}=4\sqrt{5},\ \overline{BP}=\sqrt{5}$

$\triangle FPB \sim \triangle FDC \quad 1:5 \quad \therefore \overline{FP}=\overline{DG}=2\sqrt{5},\ \overline{PG}=6\sqrt{5}$

$\sin\theta=\frac{1}{\sqrt{5}} \to \overline{PQ}=\overline{RG}=2,\ \overline{BQ}=\overline{ER}=1 \to \overline{AR}=8$

$\triangle ARG \Rightarrow AG=\sqrt{64+4}=2\sqrt{17}$

$\triangle ADT \Rightarrow \overline{AT}=12\sin\theta=\frac{12}{\sqrt{5}}$

$\therefore \sin(\angle AGF)=\frac{\overline{AT}}{\overline{AG}}=\frac{6}{\sqrt{85}}=\frac{6}{85}\sqrt{85}$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.