BC의 중점을 O라 하고 이를 원점으로 두자.

원의 방정식 : $(x-t)^2+(y-1)^2=1$ ······ ①

직선 AB : $y=\sqrt{3}x+1$ ······ ②

직선 AC : $y=-\sqrt{3}x+1$ ······ ③

원과 직선 AB과 AC의 교점을 각각

$P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$라 하자.

①에 ②를 대입하면

$(x-t)^2+(\sqrt{3}x)^2=1$

$\Rightarrow x_1=\frac{1}{4}(t-\sqrt{4-3t^2})$ $(x_1<0)$

$P\left(\frac{1}{4}(t-\sqrt{4-3t^2}), 1+\frac{\sqrt{3}}{4}(t-\sqrt{4-3t^2})\right)$

①에 ③를 대입하면

$(x-t)^2+(-\sqrt{3}x)^2=1$

$\Rightarrow x_2=\frac{1}{4}(t+\sqrt{4-3t^2})$ $(x_2>0)$

$Q\left(\frac{1}{4}(t+\sqrt{4-3t^2}), 1-\frac{\sqrt{3}}{4}(t+\sqrt{4-3t^2})\right)$

$\overline{PQ}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{4-3t^2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}t}{2}\right)^2}$

$=1$

따라서 활꼴 PQ의 넓이는 t에 상관없이 일정하므로 상수 C로 일정하다

△APQ의 넓이를 S라 하자.

$S=\frac{1}{2}\times\overline{AP}\times\overline{AQ}\times\sin(\angle PAQ)=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\overline{AP}\times\overline{AQ}$

$\overline{AP}^2=x_1^2+(y_1-1)^2=\frac{1}{4}(t-\sqrt{4-3t^2})^2$

$\overline{AQ}^2=x_2^2+(y_2-1)^2=\frac{1}{4}(t+\sqrt{4-3t^2})^2$

$\overline{AP}\times\overline{AQ}=-\frac{1}{4}(t-\sqrt{4-3t^2})(t+\sqrt{4-3t^2})$

$=1-t^2$

$S=\frac{\sqrt{3}}{4}(1-t)^2$

$f(t)=\frac{\sqrt{3}}{4}(1-t)^2+C$

$\therefore f'(t)=-\frac{\sqrt{3}}{2}t$

마부위침유지경성