수학 I

정답과 풀이 1쪽

01

난이도 ●○○
▶ 14p 3번 변형

125의 세제곱근 중 실수인 것을 a라 하고, 실수 b의 네제곱근 중에서 음수인 것이 -3일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

02

난이도 ●●○
▶ 16p 1번 변형

$(\sqrt[4]{3^7})^{\frac{n}{6}}$의 값이 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값을 구하시오.

03

난이도 ●●○
▶ 17p 5번 변형

1이 아닌 두 양수 a, b에 대하여 이차방정식 $x^2+\left(\log_a \frac{a^4}{9}\right)x+2=0$의 서로 다른 두 근이 $\log_3 a$, $\log_a b$일 때, $\frac{b}{a}$의 값을 구하시오.

04

난이도 ●●●
▶ 18p 1번 변형

$a>1$, $b>1$인 두 상수 a, b에 대하여 원 $(x-\log_3 a)^2+(y-\log_3 b)^2=2$와 직선 $x+y-2=0$이 접하고 $4\log_a 7=\log_b 7$일 때, $\sqrt[5]{3}\times\sqrt[4]{a^5}\times b$의 값을 구하시오.

05

난이도 ●○○
▶ 30p 1번 변형

함수 $y=3^{x+a}+b$의 그래프가 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$을 지나고 점 A와 함수 $y=3^{x+a}+b$의 그래프의 점근선 사이의 거리가 27일 때, $a-b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

정답과 풀이 2쪽

06

난이도 ●○○
▶ 31p 9번 변형

이차부등식 $x^2-(2\log_2 a)x+5\log_2 a-4>0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하도록 하는 자연수 a의 개수를 구하시오.

07

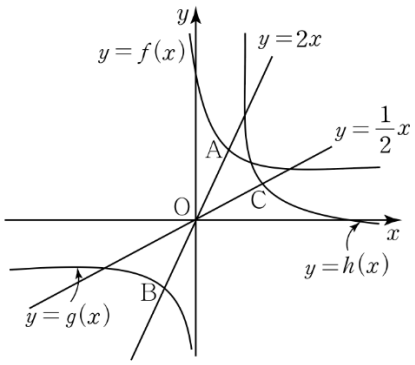
난이도 ●●○
▶ 32p 1번 변형

함수 $f(x)=\log_3(x-2)+1$의 그래프의 점근선과 함수 $g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}+3$의 그래프가 만나는 점을 A, 점 A에서 y축에 내린 수선의 발을 B라 하고, 함수 $y=g(x)$의 그래프의 점근선과 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 점을 C, 점 C에서 x축에 내린 수선의 발을 D라 하자. 사각형 ABDC의 넓이를 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

08

난이도 ●●○
▶ 32p 3번 변형

양수 a에 대하여 직선 $y=2x$가 두 함수 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}+a$, $g(x)=-3^{x+2}-a$의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 함수 $f(x)$의 역함수를 $h(x)$라 할 때, 직선 $y=\frac{1}{2}x$가 함수 $y=h(x)$의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. $\overline{BC}=6\sqrt{2}$일 때, $3f(a)+g\left(-\frac{a}{3}\right)+h(2a)$의 값을 구하시오.



정답과 풀이 4쪽

09

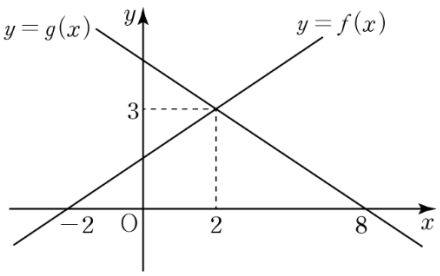
난이도 ●●○

▶ 33p 5번 변형

두 일차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식

$$2^{f(x)g(x)} > 8^{g(x)}$$

을 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합을 구하시오.



10

난이도 ●●●

▶ 34p 1번 변형

두 함수 $f(x)=2^{x-3}+5$, $g(x)=-2^{-x+3}+5$가 있다. 상수 k에 대하여 직선 $x=k$가 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 선분 PQ의 길이가 최소일 때 두 점 P, Q의 위치를 각각 A, B라 하자. 두 점 A와 B, 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 C, 함수 $y=g(x)$의 그래프 위의 점 D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 선분 AB의 중점과 선분 CD의 중점은 일치한다.

(나) 직선 CD의 기울기는 직선 AC의 기울기의 2배이다.

사각형 ADBC의 넓이를 구하시오. (단, 점 C의 좌표는 점 A의 x좌표보다 크다.)

정답과 풀이 5쪽

11

난이도 ●○○
▶ 46p 1번 변형

다음을 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하시오.

(가) $50^\circ = a\pi$
(나) $\frac{3}{10}\pi = b^\circ$

12

난이도 ●○○
▶ 47p 5번 변형

$\tan\theta < 0$이고 $\cos\theta = -\frac{\sqrt{15}}{4}$일 때, $12\sin\theta$의 값을 구하시오.

13

난이도 ●●○
▶ 48p 1번 변형

좌표평면에서 두 직선 $y = \frac{1}{3}x$, $y = 3x$가 원 $x^2 + y^2 = 100$과 제1사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 A(0, 10)에 대하여 중심이 원점 O인 두 부채꼴 OAP, OAQ에서 호 AP의 길이를 l_1, 호 AQ의 길이를 l_2라 할 때, $\frac{l_1 + l_2}{\pi}$의 값을 구하시오.

14

난이도 ●●○
▶ 49p 5번 변형

함수 $f(x) = \tan(ax + b)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $10\sqrt{3} \times f\left(-\frac{\pi}{24}\right)$의 값을 구하시오.
$\left(\text{단, } a > 0,\ 0 < b < \frac{\pi}{2}\right)$

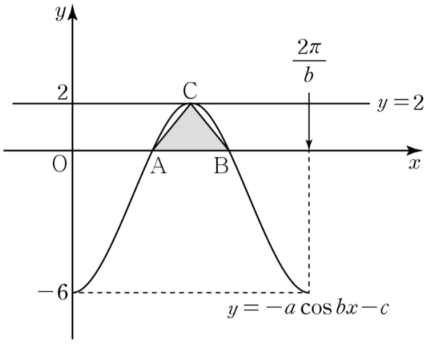
(가) 함수 $f(x)$의 주기는 $\frac{\pi}{4}$이다.
(나) 함수 $y = f(x)$의 그래프와 직선 $x = k$가 만나지 않도록 하는 양의 실수 k의 최솟값은 $\frac{\pi}{24}$이다.

15

난이도 ●●○

▶ 50p 9번 변형

세 양수 a, b, c에 대하여 정의역이 $\left\{x \left| 0 \le x \le \frac{2\pi}{b}\right.\right\}$인 함수 $f(x) = -a\cos bx - c$의 최댓값은 2이고 최솟값은 -6이다. 다음 그림과 같이 함수 $y = f(x)$의 그래프는 x축과 두 점 A, B에서 만나고 직선 $y = 2$와 한 점 C에서 만난다. 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{\pi}{3}$일 때, $a + b + c$의 값을 구하시오.



16

난이도 ●●●

▶ 51p 1번 변형

다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.

(가) $\theta = \frac{\pi}{2n}$

(나) $10 < \cos^2\theta + \cos^2 2\theta + \cos^2 3\theta + \cdots + \cos^2 n\theta < 12$

17

난이도 ●○○

▶ 62p 1번 변형

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 10이고 $\cos\left(-\frac{\pi}{2} + A + B\right) = \frac{2}{5}$일 때, 선분 AB의 길이를 구하시오.

18

난이도 ●○○

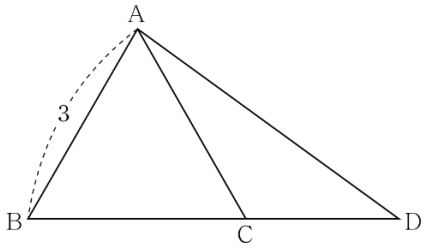
▶ 62p 3번 변형

좌표평면 위의 원점 O와 두 점 A(1, 3), B(3, 1)에 대하여 삼각형 OAB에서 $\angle AOB = \theta$라 할 때, $20\cos\theta$의 값을 구하시오.

19

난이도 ●●○
▶ 64p 1번 변형

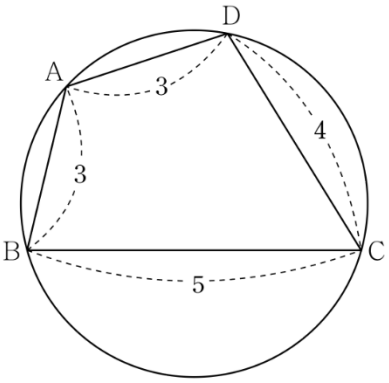
다음 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC에서 선분 BC를 5 : 2로 외분하는 점을 D라 할 때, 삼각형 ACD의 외접원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



20

난이도 ●●○
▶ 66p 7번 변형

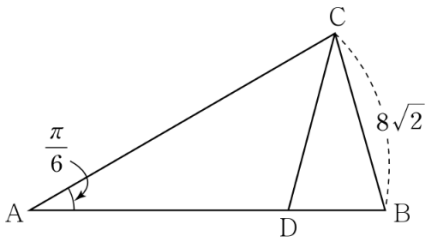
사각형 ABCD의 네 꼭짓점은 한 원 위에 있고, $\overline{AB}=\overline{AD}=3$, $\overline{BC}=5$, $\overline{CD}=4$일 때, 사각형 ABCD에 외접하는 원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



21

난이도 ●●●
▶ 67p 1번 변형

다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{BC}=8\sqrt{2}$이고 $\angle CAB=\frac{\pi}{6}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AB 위의 점 D에 대하여 $\overline{CB}=\overline{CD}$일 때, $\sqrt{3}\times\overline{AD}-2\times\overline{BD}$의 값을 구하시오.



수학 I

22

난이도 ●○○
▶ 78p 1번 변형

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2 = 7$, $a_{10} = 31$일 때, a_{13}의 값을 구하시오.

23

난이도 ●○○
▶ 79p 7번 변형

모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3 = 12$, $\dfrac{a_5}{a_2} = 27$일 때, a_6의 값을 구하시오.

24

난이도 ●●○
▶ 81p 1번 변형

공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3 - 19 = 19 - a_5$이고 $|a_5 - 25| = |25 - a_7|$일 때, a_2의 값을 구하시오.

25

난이도 ●●○
▶ 83p 9번 변형

공차 d가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$과 자연수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 세 수 $k+4$, k, 2가 이 순서대로 등비수열을 이룬다.
(나) 세 수 a_k, a_7, a_{3k+1}이 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

${a_k}^3 > 1000$일 때, d의 최솟값을 구하시오.

26

난이도 ●●●
▶ 84p 1번 변형

공차가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 두 집합 A, B는

$A = \{a_k \mid a_k$는 수열 $\{a_n\}$의 항, $1 \le a_k \le 30\}$,

$B = \{b_k \mid b_k$는 수열 $\{b_n\}$의 항, k는 $1 \le k \le 10$인 자연수$\}$

이다. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$의 공차가 각각 d_1, d_2일 때, 다음 조건을 만족시키는 d_1, d_2의 모든 순서쌍 (d_1, d_2)의 개수를 구하시오.

(가) $a_5 = b_5 = 4$
(나) $n(A \cap B) = n(B - A)$

27

난이도 ●○○
▶ 98p 3번 변형

$\sum_{k=3}^{n} \frac{1}{\sqrt{k+2}+\sqrt{k+1}} \geq 8$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 구하시오.

28

난이도 ●●○
▶ 100p 1번 변형

$\sum_{k=2}^{8} \frac{(k+2)^2}{k^2(k-1)} - \sum_{k=2}^{8} \frac{(k-2)^2}{k^2(k-1)}$의 값을 구하시오.

29

난이도 ●●●
▶ 101p 5번 변형

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -a_n + 3 & (a_n \leq 0) \\ a_n - 1 & (a_n > 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_4 + a_5 = 5$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합을 구하시오.

30

난이도 ●●●
▶ 102p 1번 변형

수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} n + 1 + a_n & (a_n \leq n) \\ a_n - p & (a_n > n) \end{cases}$$

을 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 p의 값의 합을 구하시오.

(가) p는 15 이하의 자연수이다.
(나) $a_m = 0$, $a_{m+4} = 0$인 자연수 m이 존재한다.