

제 2 교시

수학 영역

1. [2023년 6월 (공통) 1번]

$\sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}} &= (3^3)^{\frac{1}{3}} \times (2^2)^{-\frac{1}{2}} \\ &= 3 \times 2^{-1} = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

2. [2023년 6월 (공통) 2번]

함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x - 2 \\ \therefore \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} &= f'(3) = 2 \times 3 - 2 = 4 \end{aligned}$$

3. [2023년 6월 (공통) 3번]

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 60$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 2 \sum_{k=1}^{10} a_k + 3 \times 10 = 60$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_k = 15$$

4. [2023년 6월 (공통) 4번]

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4 - f(1)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

[개념] 함수 $f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4 - f(1)$$

$$\Leftrightarrow f(1) = 4 - f(1)$$

$$\therefore f(1) = 2$$

제 2 교시

수학 영역

5. [2023년 6월 (공통) 5번]

다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 + 1)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 2$, $f'(1) = 3$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은?
[3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$g'(x) = 3x^2f(x) + (x^3 + 1)f'(x)$$

$$g'(1) = 3f(1) + 2f'(1) \\ = 3 \times 2 + 2 \times 3 = 12$$

6. [2023년 6월 (공통) 6번]

$\cos\theta < 0$ 이고 $\sin(-\theta) = \frac{1}{7}\cos\theta$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$\sin(-\theta) = \frac{1}{7}\cos\theta$$

$$\Leftrightarrow -\sin\theta = \frac{1}{7}\cos\theta$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = -\frac{1}{7}$$

$$\therefore \tan\theta = -\frac{1}{7}$$



$\tan\theta < 0$, $\cos\theta < 0$ 이므로 θ 는 제 2사분면 각이다.

$$\therefore \sin\theta > 0$$

$$\sin\theta = \frac{1}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

7. [2023년 6월 (공통) 7번]

상수 $a(a > 2)$ 에 대하여 함수 $y = \log_2(x-a)$ 의 그래프의 점근선이 두 곡선

$$y = \log_2 \frac{x}{4}, y = \log_{\frac{1}{2}} x$$
와 만나는 점을 각각

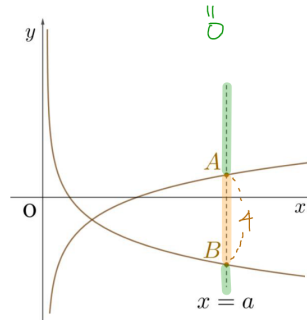
A, B라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

함수 $y = \log_2(x-a)$ 의 점근선은 $x = a$



$$\therefore A\left(a, \log_2 \frac{a}{4}\right), B\left(a, \log_{\frac{1}{2}} a\right)$$

$$\therefore \overline{AB} = \log_2 \frac{a}{4} - \log_{\frac{1}{2}} a = 4$$

$$= (\log_2 a - 2) + \log_2 a$$

$$= 2\log_2 a - 2 = 4$$

$$\therefore \log_2 a = 3$$

$$\therefore a = 2^3 = 8$$

제 2 교시

수학 영역

8. [2023년 6월 (공통) 8번]

두 곡선 $y = 2x^2 - 1$, $y = x^3 - x^2 + k$ 가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



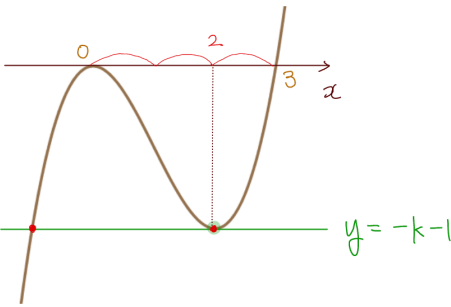
수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$x^3 - x^2 + k = 2x^2 - 1$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = -k - 1$$

$f(x) = x^3 - 3x^2$ 과 $y = -k - 1$ 의 교점의 개수가 2

[Skill] 2:1 비례관계



$f(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극소 $f(2) = -4$

$$\therefore -k - 1 = -4$$

$$\therefore k = 3$$

Analysis^{WR}

“이 문제를 어떻게 풀지?”라고 생각하지 말고
“이 문제와 관련 있는 개념이 뭐지?”라고
생각하자.

수열의 합에 대한 단서가 나왔는데
일반항을 구해야 하는 문제가 나왔어.

[관련개념] $a_n = S_n - S_{n-1} \quad (n \geq 2)$

9. [2023년 6월 (공통) 9번]

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} = n^2 + 2n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

i) $n = 1$ 일 때

$$\frac{1}{a_1} = 3$$

$$\therefore a_1 = \frac{1}{3}$$

ii) $n \geq 2$ 일 때

$$\begin{aligned} \frac{1}{(2n-1)a_n} &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{(2k-1)a_k} \\ &= n^2 + 2n - \{(n-1)^2 + 2(n-1)\} \\ &= 2n + 1 \end{aligned}$$

$$\therefore a_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$\therefore a_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \quad (n \geq 1)$$

$$\sum_{n=1}^{10} a_n$$

$$= \sum_{n=1}^{10} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{10} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \dots + \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{21}\right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{21}\right) = \frac{10}{21}$$

제 2 교시

수학 영역

10. [2023년 6월 (공통) 10번]

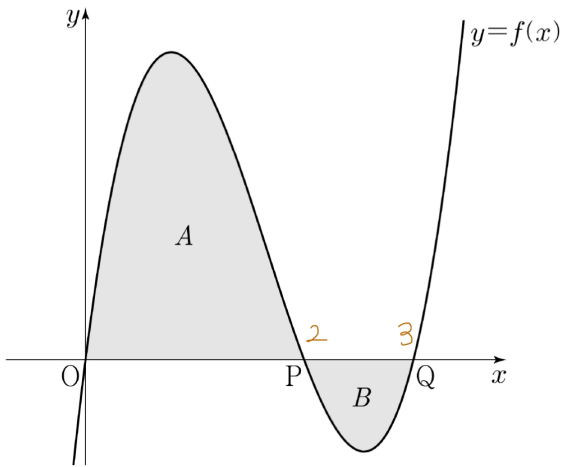
양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = kx(x-2)(x-3)$$

이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축이 원점 O 와 두 점 $P, Q(\overline{OP} < \overline{OQ})$ 에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 OP 로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자.

$(A \text{의 넓이}) - (B \text{의 넓이}) = 3$

일 때, k 의 값은? [4점]



- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$(A \text{의 넓이}) - (B \text{의 넓이}) = 3$

$$= \int_0^3 f(x) dx = k \int_0^3 (x^3 - 5x^2 + 6x) dx$$

$$= k \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 3x^2 \right]_0^3$$

$$= \frac{9}{4}k = 3$$

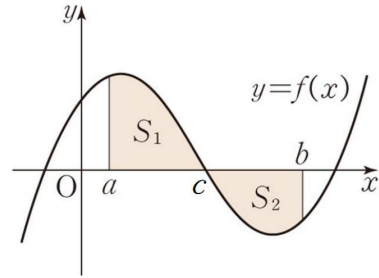
$\therefore k = \frac{4}{3}$

정적분의 의미

함수 $f(x)$ 가 양인 부분의 넓이를 S_1 ,

$f(x)$ 가 음인 부분의 넓이를 S_2 라고 하자.

$$\int_a^b f(x) dx = S_1 - S_2$$



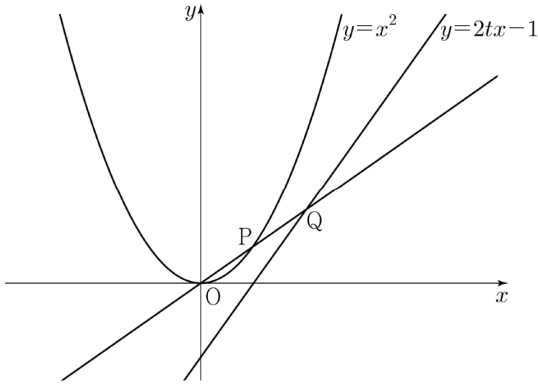
제 2 교시

수학 영역

11. [2023년 6월 (공통) 11번]

그림과 같이 실수 $t(0 < t < 1)$ 에 대하여 곡선 $y = x^2$ 위의 점 중에서 직선 $y = 2tx - 1$ 과의 거리가 최소인 점을 P라 하고, 직선 OP가 직선 $y = 2tx - 1$ 과 만나는 점을 Q라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{\overline{PQ}}{1-t}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

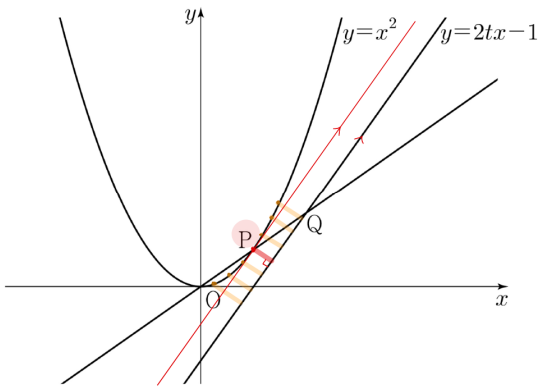


- ① $\sqrt{6}$
- ② $\sqrt{7}$
- ③ $2\sqrt{2}$ ✓
- ④ 3
- ⑤ $\sqrt{10}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

(step1) 점 P 구하기



$y = x^2$ 위의 점 중에서 직선 $y = 2tx - 1$ 과의 거리가 최소인 점이 P가 되려면

점 P에서의 접선이 $y = 2tx - 1$ 와 평행해야 한다.

$$f'(x) = 2x = 2t$$

$$\Leftrightarrow x = t$$

$$\therefore P(t, t^2)$$

$$\therefore \text{직선 OP의 방정식은 } y = tx$$

(step2) 점 Q 구하기

$$tx = 2tx - 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{t}$$

$$\therefore Q\left(\frac{1}{t}, 1\right)$$

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{\overline{PQ}}{1-t} &= \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{t} - t\right)^2 + (1 - t^2)^2}}{1-t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{(1-t^2)\sqrt{\frac{1}{t^2} + 1}}{1-t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 1^-} (1+t)\sqrt{\frac{1}{t^2} + 1} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

제 2 교시

수학 영역

12. [2023년 6월 (공통) 12번]

$a_2 = -4$ 이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$ 이라 하고, 두 집합 A, B 를 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$ 라 하자. $n(A \cap B) = 3$ 이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값의 합은? [4점]

- ① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

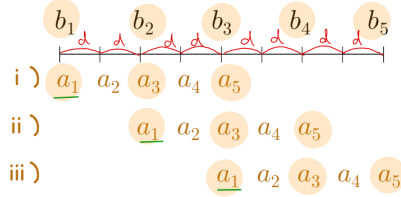
(Step1) 규칙대로 나열하기

수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$\begin{aligned} a_1 = -4 - d &\quad b_1 = -8 - d \\ a_2 = -4 &\quad b_2 = -8 + d \\ a_3 = -4 + d &\quad b_3 = -8 + 3d \\ a_4 = -4 + 2d &\quad b_4 = -8 + 5d \\ a_5 = -4 + 3d &\quad b_5 = -8 + 7d \end{aligned}$$

\therefore 수열 $\{b_n\}$ 의 공차는 $2d$

(Step2) $n(A \cap B) = 3$ 인 경우 파악하기



i) $a_1 = b_1$
 $-4 - d = -8 - d$ (모순)

ii) $a_1 = b_2$
 $-4 - d = -8 + d$
 $\therefore d = 2$

$\therefore a_{20} = a_2 + 18d = -4 + 36 = 32$

iii) $a_1 = b_3$
 $-4 - d = -8 + 3d$
 $\therefore d = 1$
 $\therefore a_{20} = a_2 + 18d = -4 + 18 = 14$

\therefore 모든 a_{20} 의 값의 합은
 $32 + 14 = 46$

Analysis^M

수능 수열은 나열에 본질이 있다는 걸 극명하게 보여주는 문제다.

제 2교시

수학 영역

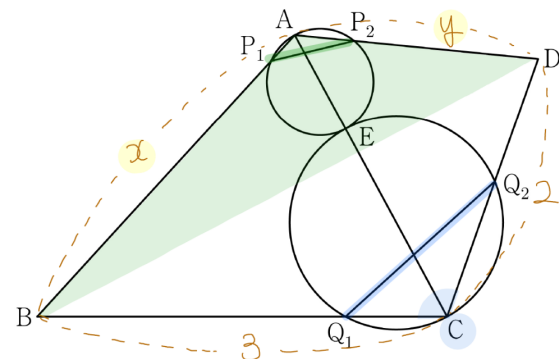
13. [2023년 6월 (공통) 13번]

그림과 같이

$\overline{BC} = 3, \overline{CD} = 2, \cos(\angle BCD) = -\frac{1}{3}, \angle DAB > \frac{\pi}{2}$

인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두 예각삼각형이다. 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 E에 대하여 선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 각각 P₁, P₂라 하고, 선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 각각 Q₁, Q₂라 하자.

$\overline{P_1P_2} : \overline{Q_1Q_2} = 3 : 5\sqrt{2}$ 이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때, $\overline{AB} + \overline{AD}$ 의 값은? (단, $\overline{AB} > \overline{AD}$) [4점]



- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$
- ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

도형의 필연성

필연성 08

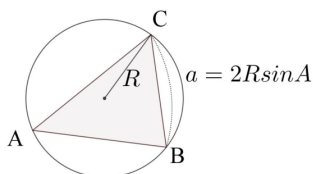
사인법칙 활용법 (각이 많을 때)

[단서] → [답]

- ✓ 2변 1각 → 1각
- ✓ 1변 2각 → 1변
- ✓ 외접원 등장

Skill 사인법칙 실전용 (2)

- ✓ 외접원 있을 때

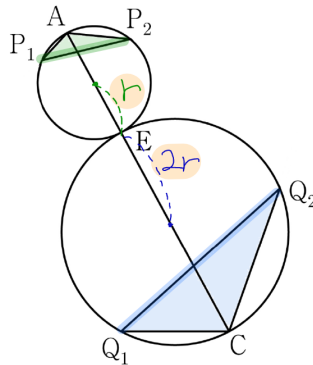


수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

구하는 것 · $\overline{AB} + \overline{AD} = x + y$
→ 관련도가 높은 단서: $\triangle ABD$ 의 넓이가 2
→ $\frac{1}{2}xy \sin A = 2$
→ $\sin A$ 를 구할 생각을 해야 한다.

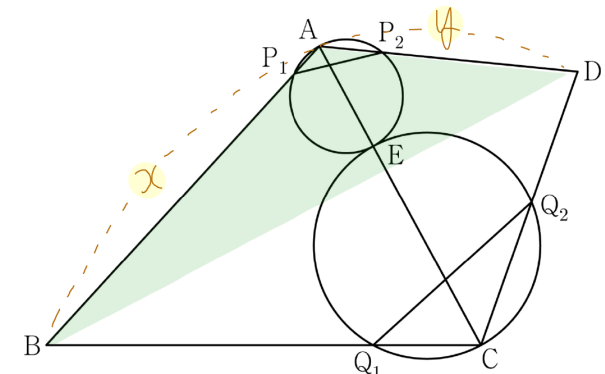
(Step1) 사인법칙 실전용 (2)

두 원의 지름 $\overline{AE} : \overline{CE} = 1 : 2$ 이므로
각 원의 반지름의 길이를 $r, 2r$ 라고 하자.



$\overline{P_1P_2} : \overline{Q_1Q_2} = 3 : 5\sqrt{2}$
 $\Leftrightarrow 2r \sin A : 2(2r) \sin C = 3 : 5\sqrt{2}$
 $\therefore \sin A = \frac{4}{5}, \cos A = -\frac{3}{5}$
 $(\therefore \cos C = -\frac{1}{3}, \sin C = \frac{2\sqrt{2}}{3})$

(Step2) $\triangle ABD$ 의 넓이가 2

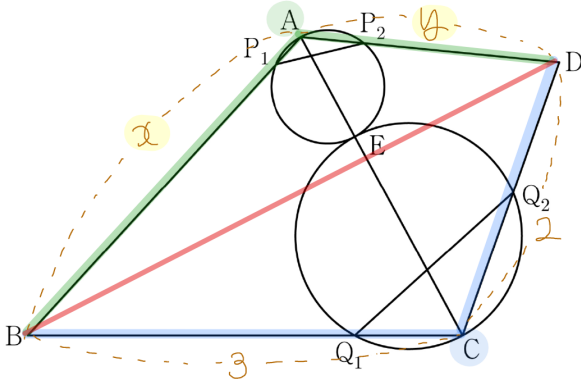


$\triangle ABD$ 의 넓이 = 2
 $\Leftrightarrow \frac{1}{2}xy \sin A = \frac{1}{2}xy \frac{4}{5} = 2$
 $\therefore xy = 5$

제2교시

수학 영역

(Step3) Double코사인법칙 (1) 통각
 사각형의 대각 $\angle A, \angle C$ 에 대한 정보가 있다.
 → Double코사인법칙을 쓸 생각을 해야 한다.
 (비록 사각형에 대한 외접원 상황은 아니지만
 그에 준하는 조건과 상황이 나왔다)

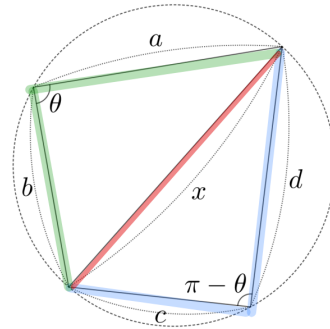


$$\begin{aligned} \overline{BD}^2 &= x^2 + y^2 - 2xy \cos A \\ &= 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos C \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \\ &= 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \\ \therefore x^2 + y^2 &= 11 \\ \therefore (x+y)^2 &= x^2 + y^2 + 2xy = 11 + 2 \cdot 5 = 21 \\ \therefore \overline{AB} + \overline{AD} &= x + y = \sqrt{21} \end{aligned}$$

도형의 필연성

Skill Double코사인법칙 (1) 통각

- ✓ 원에 내접하는 사각형에서
 쪼개지지 않은 각이 제시됐을 때
 → 대각의 합 = 180° 활용
 → 코사인법칙 2번 쓰기



$$\begin{aligned} x^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta \\ &= c^2 + d^2 - 2cd \cos(\pi - \theta) \end{aligned}$$



6모 13번이 어려웠다면?
(독학) 도형의 필연성
풀컬러 도형문제집
 전자책 1,000원! (한정판매)



제 2 교시

수학 영역

14. [2023년 6월 (공통) 14번]

실수 $a(a \geq 0)$ 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = -t(t-1)(t-a)(t-2a)$$

라 하자. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때 출발한 후 **운동 방향을 한 번만 바꾸도록** 하는 a 에 대하여, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 **점 P의 위치의 변화량의 최댓값은?** [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

[개념] 운동 방향 = 속도 부호

속도의 부호가 바뀔 수 있는 $t > 0$ 의 값은

1, a, 2a이다. (최대 3개)

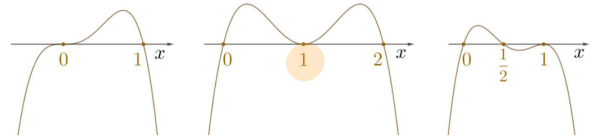
그런데 속도의 부호가 1번만 바뀌어야 하므로

1, a, 2a가 중근이 되어야 한다.

i) $a=0$

ii) $a=1$

ii) $2a=1$



$$\therefore \{t=0 \sim 2 \text{ 점 P의 위치의 변화량}\} = \int_0^2 v(t) dt$$

그래프의 개형을 보면 $a=1$ 일 때 최대임을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_0^2 -t(t-1)^2(t-2) dt \\ &= \int_0^2 -t(t^2-2t+1)(t-2) dt \\ &= \int_0^2 (-t^4+4t^3-5t^2+2t) dt \\ &= \left[-\frac{1}{5}t^5+t^4-\frac{5}{3}t^3+t^2 \right]_0^2 \\ &= -\frac{32}{5}+16-\frac{40}{3}+4 \\ &= -\frac{32}{5}-\frac{40}{3}+20 \\ &= \frac{(-96)+(-200)+300}{15} \\ &= \frac{4}{15} \end{aligned}$$

제 2 교시

수학 영역

15. [2023년 6월 (공통) 15번]

자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = k$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

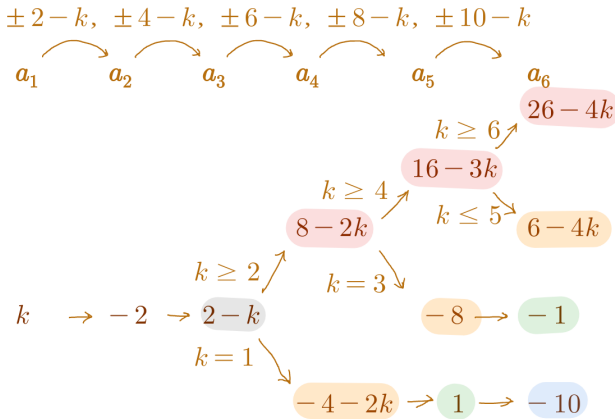
$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

(Step1) 규칙대로 나열하기



Analysis^{MM}

아직도 내신이나 다른 책에서는 정해진 풀이법을 외워서 점화식을 일반항으로 고쳐야 하는 문제가 많다! 이것은 이전 교육과정에 있다가 삭제된 내용이다!

수능에서는 점화식 개념의 본질인 '나열'을 요구한다.

$a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3 \rightarrow a_4 \rightarrow$ 를 나열하여 원하는 항 구하기!

(Step2) k 값에 따라 부호 판단하기

k	a_3	a_4	a_5	a_6	$a_3 a_4 a_5 a_6$
$k=1$	⊕	⊖	⊕	⊖	⊕
$k=2$	○	○	○	○	○
$k=3$	⊖	⊕	⊖	⊕	⊖
$k=4$	⊖	○	○	○	○
$k=5$	⊖	⊖	⊕	⊖	⊖
$k=6$	⊖	⊖	⊖	⊕	⊖
$k \geq 7$	⊖	⊖	⊖	⊖	⊕

∴ 모든 k 값의 합은

$3 + 5 + 6 = 14$

제 2 교시

수학 영역

16. [2023년 6월 (공통) 16번]

부등식 $2^{x-6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]



$$2^{x-6} \leq 2^{-2x}$$

$$\Leftrightarrow x-6 \leq -2x$$

$$\therefore x \leq 2$$

\therefore 모든 자연수 x 의 값의 합은

$$1+2=3$$

17. [2023년 6월 (공통) 17번]

함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 1$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]



$$f(x) = \int f'(x)dx = 2x^4 - x + C$$

$$f(0) = C = 3$$

$$\therefore f(x) = 2x^4 - x + 3$$

$$\therefore f(2) = 32 - 2 + 3 = 33$$

18. [2023년 6월 (공통) 18번]

두 상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx + a$ 는 $x = 1$ 에서 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 -2 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]



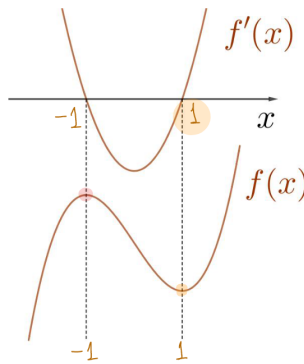
$$f(1) = a + b + a = -2$$

$$f'(x) = 3ax^2 + b$$

$$f'(1) = 3a + b = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -6$$

$$\therefore f'(x) = 6x^2 - 6 = 6(x+1)(x-1)$$



$\therefore f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극대

$$\therefore f(-1) = -2 + 6 + 2 = 6$$

제 2 교시

수학 영역

19. [2023년 6월 (공통) 19번]

두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin bx + 8 - a$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이다.

(나) $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

8

(Step1) 최솟값에 대한 단서

 $f(x) \geq 0$ 이고 $f(x) = 0$ 의 근이 존재하므로 $f(x)$ 의 최솟값은 0이다.

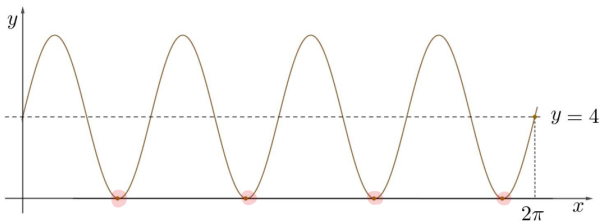
$$\therefore -a + 8 - a = 0$$

$$\therefore a = 4$$

(Step2) 주기에 대한 단서

 b 가 자연수이므로 $0 \leq x < 2\pi$ 에 주기 $\frac{2\pi}{b}$ 가 정확히 b 개 들어간다. $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4,

$$\therefore b = 4$$



$$\therefore a + b = 4 + 4 = 8$$

제 2 교시

수학 영역

20. [2023년 6월 (공통) 20번]

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq g(4)$ 이고 $|g(x)| \geq |g(3)|$ 이다.

Analysis^{MM}

$g(x) = \int_a^x f(t)dt$ 꼴이 등장하면 꼭 해야 하는 것!

- ① $x = a$ 대입 : $g(a) = \int_a^a f(x)dx = 0$
- ② 미분 : $g'(x) = f(x)$

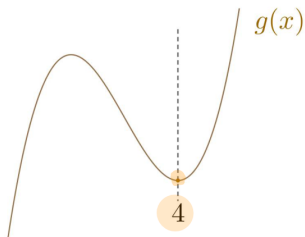


수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

39

- ① $x = 0$ 대입 : $g(0) = 0$
 - ② 미분 : $g'(x) = f(x)$
- $f(x)$ 가 최고차항의 계수가 1인 이차함수이므로 $g(x)$ 는 최고차항의 계수가 $\frac{1}{3}$ 인 삼차함수

(Step1) $g(x) \geq g(4)$ 해석하기
 $x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq g(4)$
 $\Leftrightarrow g(x)$ 는 $x = 4$ 에서 극솟값을 갖는다.



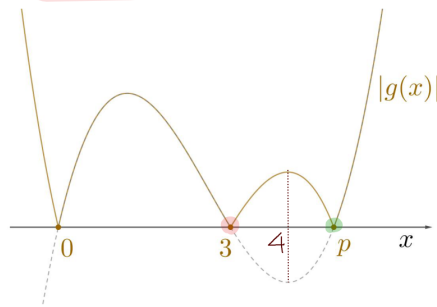
■ 극소의 정의

함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x 에 대하여

$f(a) \leq f(x)$ 일 때, $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 극소라고 한다.

(Step2) $|g(x)| \geq |g(3)|$ 해석하기

- $x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $|g(x)| \geq |g(3)|$
- $\Leftrightarrow x \geq 1$ 에서 $|g(x)|$ 의 최솟값은 $|g(3)|$
- $\Leftrightarrow g(3) = 0$



$$g(x) = \frac{1}{3}x(x-3)(x-p)$$

$$= \frac{1}{3}\{x^3 - (3+p)x^2 + 3px\}$$

$$g'(x) = \frac{1}{3}\{3x^2 - 2(3+p)x + 3p\}$$

$$g'(4) = \frac{1}{3}(24 - 5p) = 0$$

$$\therefore p = \frac{24}{5}$$

$$\therefore g'(x) = \frac{1}{3}\left\{3x^2 - 2\left(3 + \frac{24}{5}\right)x + 3 \cdot \frac{24}{5}\right\}$$

$$= x^2 - 2\left(1 + \frac{8}{5}\right)x + \frac{24}{5}$$

$$\therefore f(9) = g'(9) = 39$$

[참고] $x \geq 1$ 에서 $|g(x)| \geq |g(3)|$ 일 때 $g(3) = 0$ 인 이유
 $g(3) \geq g(4)$ 이고 $|g(4)| \geq |g(3)|$ 이므로 $g(4)$ 는 절댓값을 고려하면 대소관계가 바뀐다.

$$\therefore g(4) < 0$$

$g(x)$ 는 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수이므로 $x \geq 1$ 에서 $g(x) > 0$ 인 부분은 반드시 존재하므로 $g(x) = 0$ 의 근도 $x \geq 1$ 에 존재한다.

$$\therefore |g(x)| \text{의 최솟값은 } 0$$

$$\therefore |g(3)| = 0$$

제 2 교시

수학 영역

21. [2023년 6월 (공통) 21번]

실수 t 에 대하여 두 곡선 $y = t - \log_2 x$ 와 $y = 2^{x-t}$ 이 만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자. <보기>의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C 의 값을 정할 때, $A+B+C$ 의 값을 구하시오. (단, $A+B+C \neq 0$) [4점]

- 명제 ㄱ이 참이면 $A = 100$, 거짓이면 $A = 0$ 이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B = 10$, 거짓이면 $B = 0$ 이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C = 1$, 거짓이면 $C = 0$ 이다.

< 보 기 >

- ㄱ. $f(1) = 1$ 이고 $f(2) = 2$ 이다. $A = 100$
- ㄴ. 실수 t 의 값이 증가하면 $f(t)$ 의 값도 증가한다. $B = 10$
- × ㄷ. 모든 양의 실수 t 에 대하여 $f(t) \geq t$ 이다. $C = 0$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

110

ㄱ. (참)

$f(1) = 1 \Leftrightarrow t = 1, x = 1$

$\Leftrightarrow t = 1$ 일 때 $y = 1 - \log_2 x$ & $y = 2^{x-1}$ 의 교점의 x 좌표가 1이다.

$\Leftrightarrow y = 1 - \log_2 x$ & $y = 2^{x-1}$ 모두 $(1, 1)$ 을 지난다.

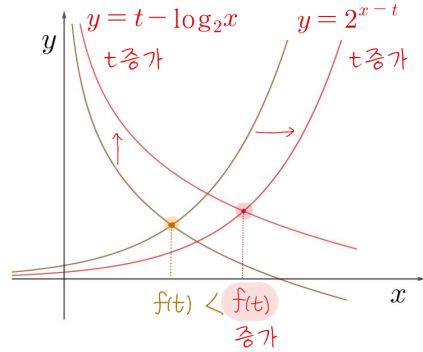
$f(2) = 2 \Leftrightarrow t = 2, x = 2$

$\Leftrightarrow t = 2$ 일 때 $y = 2 - \log_2 x$ & $y = 2^{x-2}$ 의 교점의 x 좌표가 2이다.

$\Leftrightarrow y = 1 - \log_2 x$ & $y = 2^{x-1}$ 모두 $(2, 1)$ 을 지난다.

ㄴ. (참)

그래프 관찰하기



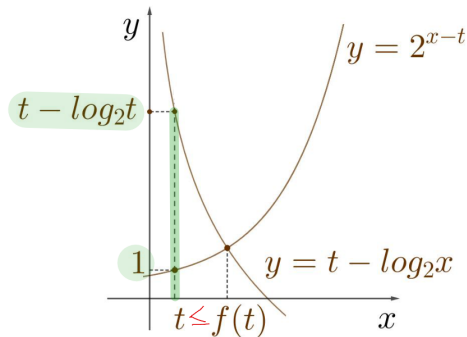
t 값을 증가시키면

$y = t - \log_2 x$ 의 그래프는 위쪽으로 평행이동되고 $y = 2^{x-t}$ 의 그래프는 오른쪽으로 평행이동되므로 교점이 오른쪽에 생길 수 밖에 없다.

ㄷ. (거짓)

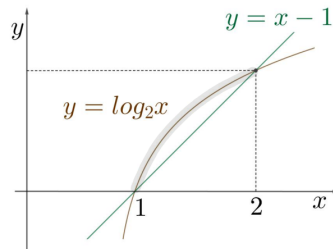
$f(t) \geq t$

$\Leftrightarrow y = t - \log_2 x$ & $y = 2^{x-t}$ 의 교점의 x 좌표가 t 이상이다.



$t - \log_2 t \geq 1$

$\Leftrightarrow t - 1 \geq \log_2 t$



$1 < t < 2$ 일 때, $t - 1 < \log_2 t$ (모순)

제2교시

수학 영역

22. [2023년 6월 (공통) 22번]

정수 $a(a \neq 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의

값의 곱이 -12 가 되도록 하는 a 에 대하여

$f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\left\{ \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \right\} \times \left\{ \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3} \right\} < 0$$

을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3 이 열린구간

$$\left(k, k + \frac{3}{2}\right)$$

에 존재한다.



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

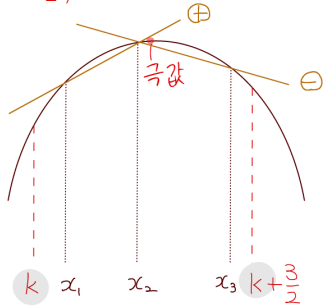
380

(Step1) $\left\{ \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \right\} \times \left\{ \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3} \right\} < 0$

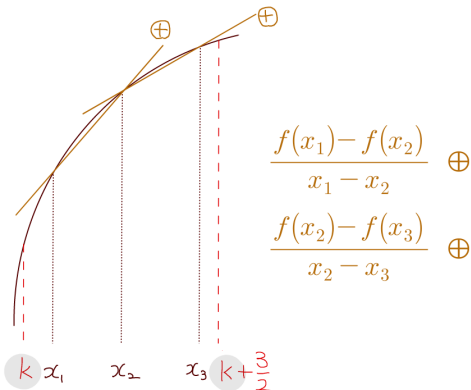
→ 두 평균 변화율의 부호 $\oplus \ominus$ 가 다르다!

→ 구간 $\left(k, k + \frac{3}{2}\right)$ 에서 증가, 감소 변화가 있다.

→ 구간 $\left(k, k + \frac{3}{2}\right)$ 에 극값이 존재한다.



[참고] 증가, 감소 변화가 없는 구간에서는



(Step2) $f(x)$ 의 극값 구하기

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4ax = 3x\left(x - \frac{4a}{3}\right)$$

$f(x)$ 는 $x=0, x = \frac{4a}{3}$ 에서 극값을 갖는다.

$x=0$ 을 포함하는 구간 $(-1, 0.5) \rightarrow k=-1$

모든 정수 k 의 값의 곱이 -12 이므로

$x = \frac{4a}{3}$ 를 포함하는 구간은

i) $(3, 4.5) \& (4, 5.5) \rightarrow k=3, 4$

ii) $(-4, -2.5) \& (-3, -1.5) \rightarrow k=-4, -3$

i) $(3, 4.5) \& (4, 5.5) \rightarrow k=3, 4$ 인 경우

$x = \frac{4a}{3}$ 이 $(3, 4.5) \& (4, 5.5)$ 에 모두 포함되므로

$$4 < \frac{4a}{3} < 4.5$$

$$\Leftrightarrow 3 < a < \frac{27}{8} = 3.375$$

∴ 정수 a 가 존재하지 않는다 (모순)

ii) $(-4, -2.5) \& (-3, -1.5) \rightarrow k=-4, -3$

$$-3 < \frac{4a}{3} < -2.5$$

$$\Leftrightarrow -\frac{9}{4} < a < -\frac{15}{8}$$

∴ 정수 $a = -2$

$$\therefore f'(x) = 3x^2 + 8x$$

$$\therefore f'(10) = 380$$

경향 07 Minor Trend

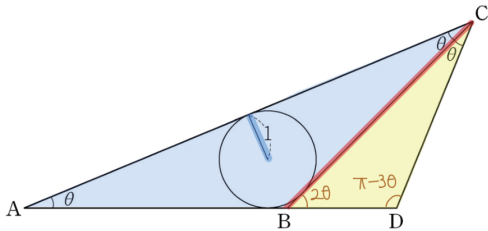


경향07 대표문제분석 033

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

33. [2015년 수능 (B)형 20번]
그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고 $\angle CAB = \angle BCA = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위에 점 A가 아닌 점 D를 $\angle DCB = \theta$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 BCD의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} (\theta \times S(\theta))$ 의 값은?

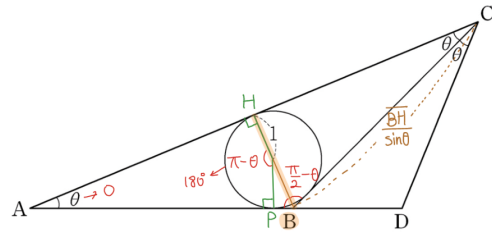
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{10}{9}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{14}{9}$

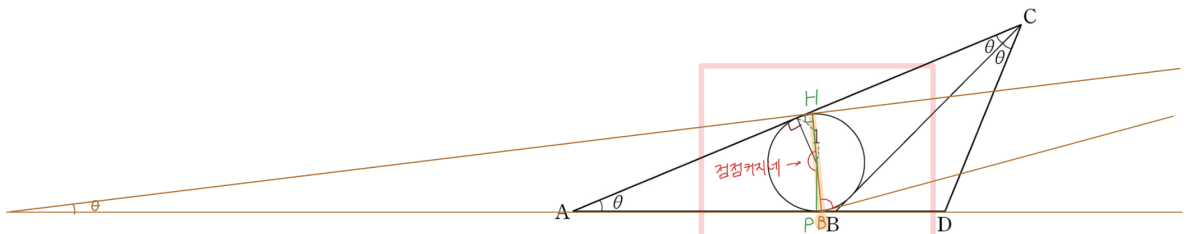
[도형의 필연성]
좌우대칭 도형 → 반평면
이등변 삼각형 → 직각 삼각형

[도형의 필연성]
원 나오면 중심과 특별점 잇기

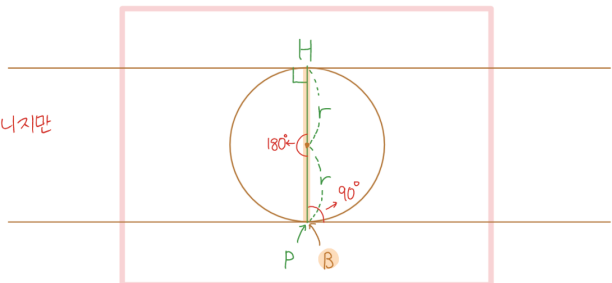


[도형의 필연성]
모르는 삼각형과 → $\triangle BCD$ (길이 정보 없음)
아는 삼각형의 → $\triangle ABC$ (길이 정보 있음)
공통부분을 찾아라! → BC

[1단계] & [2단계]



[3단계]



진짜 90° , 180° 는 아니지만
한 없이 가까워진다.

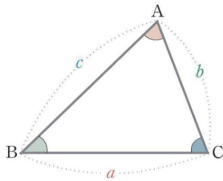
Big Data x 수능한권 | 미적분 여러 함수의 미분 경향 07 도형의 극한

Analysis^{WR}

사인법칙 응용 (외접원 없을 때, 각이 많을 때)

$a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$ 이므로

$$b = a \times \frac{b}{a} = a \times \frac{\sin B}{\sin A}$$



확장 - 삼각형 넓이

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} ab \sin C \\ &= \frac{1}{2} a \left(a \frac{\sin B}{\sin A} \right) \sin C \\ &= \frac{1}{2} a^2 \frac{\sin B \sin C}{\sin A} \end{aligned}$$

$\theta \rightarrow 0$ 일 때

3단계 1단계
 $\overline{BH} \rightarrow 2r = 2 \times 1$

$$\overline{BC} = \overline{BH} \frac{1}{\sin \theta} \rightarrow \frac{2}{\sin \theta}$$

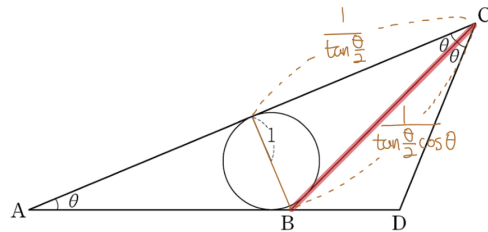
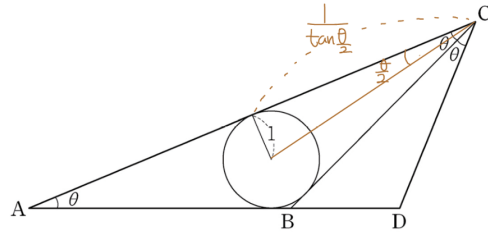
$$S(\theta) = \frac{1}{2} \overline{BC}^2 \frac{\sin 2\theta \sin \theta}{\sin 3\theta}$$

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \{ \theta \times S(\theta) \}$ ★교제

$$= \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \left\{ \theta \times \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\sin \theta} \right)^2 \frac{\sin 2\theta \sin \theta}{\sin 3\theta} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{2 \times 1}{3} = \frac{4}{3}$$

[다른 풀이]



$$\overline{BC} = \overline{CH} \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\tan \frac{\theta}{2} \cos \theta}$$

$$S(\theta) = \frac{1}{2} \overline{BC}^2 \frac{\sin 2\theta \sin \theta}{\sin 3\theta}$$

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \{ \theta \times S(\theta) \}$

$$= \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \left\{ \theta \times \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tan \frac{\theta}{2} \cos \theta} \right)^2 \frac{\sin 2\theta \sin \theta}{\sin 3\theta} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{\left(\frac{1}{2} \right)^2} \times \frac{2 \times 1}{3} = \frac{4}{3}$$

수학의 단권화

개념 연구

연구16 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고, **연구17** 다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

그 구간의 모든 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이면
 $f(x)$ 는 이 구간에서 증가함을 유도하시오.

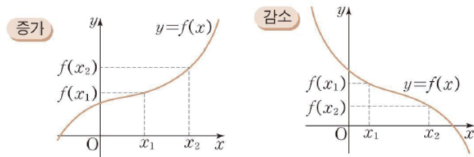
- ① $y=f(x)$ 가 증가함수이면 $f'(x) > 0$ 이다.
- ② $f'(x) > 0$ 이면 $y=f(x)$ 가 증가함수이다.
- ③ $y=f(x)$ 가 증가함수이면 $f'(x) \geq 0$ 이다.
- ④ $f'(x) \geq 0$ 이면 $y=f(x)$ 가 증가함수이다.

9 함수의 증가와 감소

함수 $f(x)$ 가 어떤 구간의 임의의 두 수
 x_1, x_2 에 대하여

연구 15 함수의 증가:

함수의 감소:



함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고,
 그 구간에서

연구 16 ① $f'(x) > 0$ 이면

② $f'(x) < 0$ 이면

연구 17 $f(x)$ 증가 $\Leftrightarrow f'(x) > 0$

$f(x)$ 증가 $\Leftrightarrow f'(x) \geq 0$

10 함수의 증가와 감소

수 II



수학의 단권화

개념 연구

연구16 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고, 그 구간의 모든 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 이 구간에서 증가함을 유도하시오.

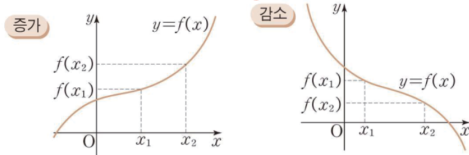
- 연구17** 다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.
- ① $y=f(x)$ 가 증가함수이면 $f'(x) > 0$ 이다.
 - ② $f'(x) > 0$ 이면 $y=f(x)$ 가 증가함수이다.
 - ③ $y=f(x)$ 가 증가함수이면 $f'(x) \geq 0$ 이다.
 - ④ $f'(x) \geq 0$ 이면 $y=f(x)$ 가 증가함수이다.

9 함수의 증가와 감소

함수 $f(x)$ 가 어떤 구간의 임의의 두 수 x_1, x_2 에 대하여

연구 15 함수의 증가: $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$
 왼 오른 아래 위

함수의 감소: $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$
 왼 오른 위 아래



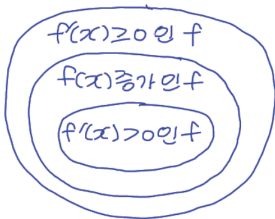
함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고, 그 구간에서

연구 16 ① $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 증가

② $f'(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 감소

연구 17 $f(x)$ 증가 $\overset{X}{\underset{O}{\rightleftharpoons}} f'(x) > 0$

$f(x)$ 증가 $\overset{O}{\underset{X}{\rightleftharpoons}} f'(x) \geq 0$



함수의 증가와 감소

유도

① 구간의 임의의 두 수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 라고 하자
 평균값의 정리에 의하여

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(c) \text{ 인 } c \text{ 가}$$

구간에 적어도 하나 존재한다.

$f'(x) > 0$ 이므로 $f'(c) > 0$ 이고

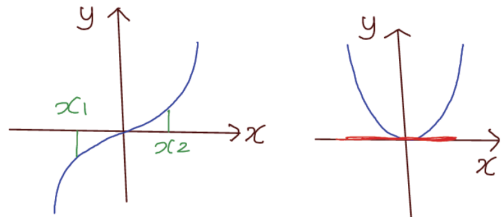
$x_2 - x_1 > 0$ 이므로

$f(x_2) - f(x_1) > 0$ 이다.

결국 $x_1 < x_2$ 일때, $f(x_1) < f(x_2)$) 정의

반례

$\cdot f(x) = x^3$ 증가함수 $\rightarrow f'(x) = 3x^2 > 0$
 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ $f'(0) = 0$ 모순
 $x^3 < x_2^3$



$\cdot f'(x) \geq 0 \rightarrow f(x)$ 증가함수 모순!

ex) 닥스톤트 곡선

$$f(x_1) = f(x_2)$$



국내 주요대학 합격시 100% 환급

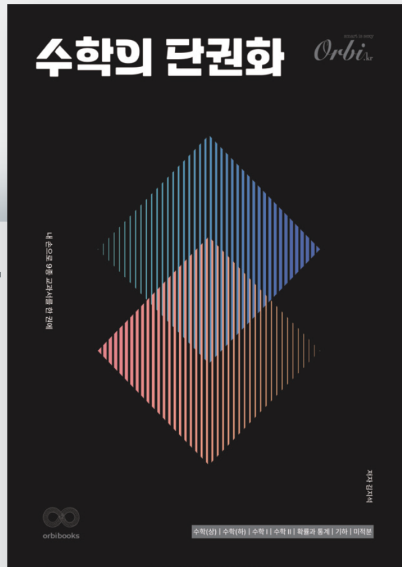
FREE PASS



김지석 CURRICULUM

[9종 교과서를 단 한권에]

[수능 30개년 데이터 분석]



[모든 그래프를 그리는 기술]



[우연이 아닌 필연적 문풀]

[킬러를 푸는 사고의 정리]