

12강 - I.적분법 04.넓이와 적분 [유제11~유제16]

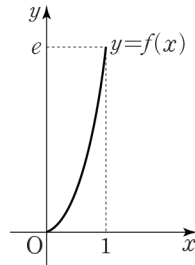
- 11 좌표평면에서 곡선 $y=x^2+x$ 위의 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 s, t ($0 < s < t$)라 하자. 양수 k 에 대하여 두 직선 OA, OB와 곡선 $y=x^2+x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 k 가 되도록 하는 점 (s, t) 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 곡선 C 위의 점 중에서 점 $(1, 0)$ 과의 거리가 최소인 점의 x 좌표가 $\frac{2}{3}$ 일 때, $k=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

기본
문제

$f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 로 둘러싸인 넓이

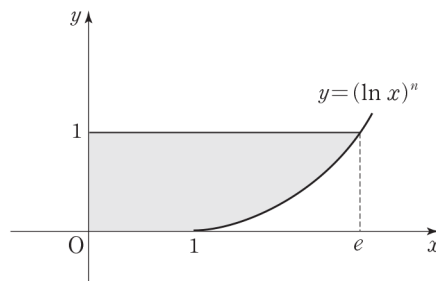
2005학년도 예비평가 가형 28번

- 3 그림은 함수 $f(x)=xe^x$ ($0 \leq x \leq 1$)의 그래프이다. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 정적분 $\int_0^e g(x)dx$ 의 값은? [3점]



- ① $e-1$ ② $e-2$ ③ $\frac{3}{2}e-1$ ④ $2e-1$ ⑤ $2e-2$

- 12 2 이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=(\ln x)^n$ ($x \geq 1$)과 x 축, y 축 및 직선 $y=1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n 이라 하자. 옳은 것만을 (보기)에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



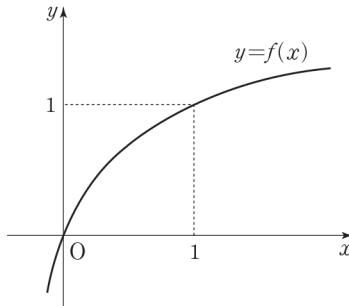
보기

- ㄱ. $1 \leq x \leq e$ 일 때, $(\ln x)^n \geq (\ln x)^{n+1}$ 이다.
 ㄴ. $S_n < S_{n+1}$
 ㄷ. 함수 $f(x)=(\ln x)^n$ ($x \geq 1$)의 역함수를 $g(x)$ 라 하면 $S_n = \int_0^1 g(x)dx$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

유제 ○—○

- 13** 두 점 $(0, 0)$, $(1, 1)$ 을 지나는 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 0$ 이고 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{2}{3}$ 일 때, $\int_0^1 g'(\sqrt{x})dx$ 의 값은?



- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

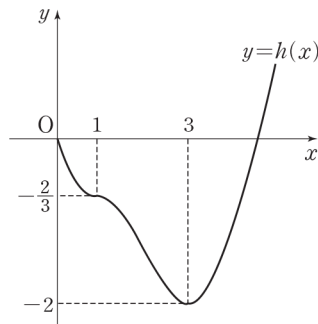
유제 ○—○

- 14** 음이 아닌 실수 x 에서 정의된 삼차함수 $f(x)$ 는 $x>0$ 에서 증가함수이고 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \int_0^x \{f(t) - g(t)\}dt \quad (x \geq 0)$$

로 정의하면 함수 $y=h(x)$ 의 그래프는 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

(단, $h'(1)=h'(3)=0$ 이고 $\int_0^1 f(x)dx=0$ 이다.)



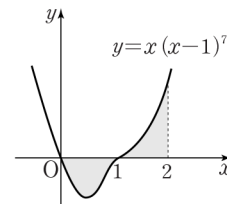
보기

- ㄱ. 방정식 $f(x)=x$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄴ. $f'(1)=1$
 ㄷ. $\int_0^3 g(x)dx = \frac{16}{3}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

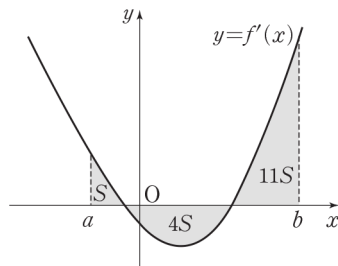
4 그림은 함수 $y=x(x-1)^7$ 의 그래프이다. $\int_0^2 x(x-1)^7 dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$



유제

15 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. $y=f'(x)$ 의 그래프와 직선 $x=a$, 직선 $x=b$ 및 x 축으로 둘러싸인 세 부분의 넓이가 각각 S , $4S$, $11S$ 이다. 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값이 각각 10 , -18 일 때, $a \leq x \leq b$ 에서 방정식 $2\sqrt{f(x)+6}+f(x)=2$ 의 서로 다른 실근의 개수는?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

유제

16 함수 $f(x)=2\cos 2x+4\sin x+k$ 에 대하여 부등식

$$\left| \int_0^{\frac{2}{3}\pi} f(x) dx \right| < \int_0^{\frac{2}{3}\pi} |f(x)| dx$$

를 만족시키는 상수 k 의 범위는 $a < k < b$ 일 때, $b-a$ 의 최댓값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5