

08강 - I .적분법 03.여러가지 함수의 정적분 [기본01~기본03]

기본
문제

정적분으로 정의된 함수 (상수)

1 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \sin 2x - \cos x + \int_0^{\frac{3}{2}\pi} f(t) dt$ 일 때, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{1-\pi}$ ② $\frac{2}{1-\pi}$ ③ $\frac{4}{2-3\pi}$ ④ $\frac{2}{2-3\pi}$ ⑤ $\frac{1}{2-3\pi}$

유제

01 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x f(t) dt = x \sin x + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt$$

을 만족시킬 때, $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f(x) dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2-\pi}$ ② $\frac{2}{2-\pi}$ ③ $\frac{1}{3-\pi}$ ④ $\frac{2}{3-\pi}$ ⑤ $\frac{1}{4-\pi}$

유제 2013학년도 수능 가형 12번

02 연속함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = e^{x^2} + \int_0^1 t f(t) dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^1 x f(x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① $e-2$ ② $\frac{e-1}{2}$ ③ $\frac{e}{2}$ ④ $e-1$ ⑤ $\frac{e+1}{2}$

기본
문제

정적분으로 정의된 함수 (미지수)

2013학년도 6월 평가원 가형 10번

2 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = e^x + ax + a$$

를 만족시킬 때, $f(\ln 2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ e ④ 3 ⑤ $2e$

유제 ○

- 03** 두 함수 $f(x)=ax+b$ 와 $g(x)=e^x$ 가 $f(g(x))=\int_0^x f(t)g(t)dt-xe^x+3$ 을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?
- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

유제 ○

- 04** 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 $\int_0^x (x-t)f(t)dt=x\sin x$ 를 만족시킬 때, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값은?
- ① $-\pi$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

유제 ○ 2012학년도 9월 평가원 가형 20번

- 05** 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? [4점]

$$(가) \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt=1$$

$$(나) \cos x \int_0^x f(t)dt=\sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt \quad \left(단, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

유제 ○ 2014학년도 수능 B형 21번

- 06** 연속함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고, 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)=\frac{\pi}{2}\int_1^{x+1} f(t)dt$$

이다. $f(1)=1$ 일 때, $\pi^2\int_0^1 xf(x+1)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $2(\pi-2)$ ② $2\pi-3$ ③ $2(\pi-1)$ ④ $2\pi-1$ ⑤ 2π

07 함수

$$f(x) = \begin{cases} -1 & (x < 1) \\ -x+2 & (x \geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_{-1}^x (t-1)f(t)dt$$

라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

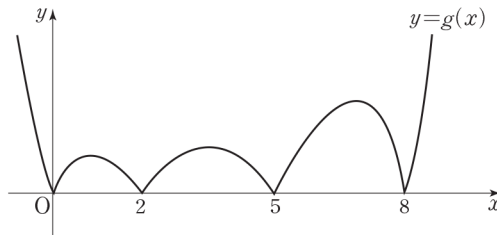
- ㄱ. $g(x)$ 는 열린 구간 $(1, 2)$ 에서 증가한다.
 ㄴ. $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.
 ㄷ. 방정식 $g(x)=k$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 k 가 존재한다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

08 삼차함수 $f(x)$ 는 $f(0) > 0$ 을 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \left| \int_0^x f(t)dt \right|$$

라 할 때, 함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

- ㄱ. 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.
 ㄴ. $f'(0) < 0$
 ㄷ. $\int_m^{m+2} f(x)dx > 0$ 을 만족시키는 자연수 m 의 개수는 3이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

기본
문제

정적분으로 정의된 함수 (치환)

3 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 양수 t 에 대하여

$$\int_1^2 (\ln x + \ln t) f(tx) dx = 2$$

를 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2\ln 2}$ ② $\frac{1}{\ln 2}$ ③ 1 ④ e ⑤ $2e$