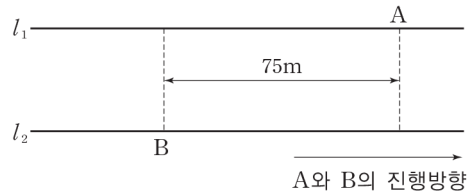


15강 - I. 적분법 06. 속도·거리와 적분 [유제01~유제09]

- 01** 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 t 일 때의 속도는 각각 $f(t)=3t^2-6t$, $g(t)=6t$ 이다. 두 점 P, Q가 원점을 출발한 후 다시 만날 때까지의 두 점 P, Q 사이의 거리의 최댓값을 구하시오.

- 02** 그림과 같이 평행한 두 직선도로 l_1 , l_2 가 있다. A는 l_1 위에 오토바이를 타고 정지해 있고, B는 l_2 위를 자동차를 타고 30 m/초의 일정한 속력으로 달리고 있다. B가 A에게 75 m까지 접근했을 때 A가 6t m/초의 속력으로 출발해서 달린다고 하면 A와 B는 A가 출발한 지 a 초 후에 만난다. 이때, a 의 값을 구하시오.
(단, A와 B는 같은 방향으로 달린다.)



기본
문제

속도가 주어졌을 때의 거리

- 2** x 축 위를 움직이는 동점 P의 시간 t 에서의 속도 v 가 $v=at-t^2$ 으로 주어졌을 때, 움직이기 시작하여 다시 출발점으로 돌아왔을 때의 움직인 거리가 9가 되도록 상수 a 의 값을 정하시오.

03

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($0 \leq t \leq 5$)에서의 속도 $v(t)$ 가 다음과 같다.

$$v(t) = \begin{cases} 4t & (0 \leq t < 1) \\ -2t+6 & (1 \leq t < 3) \\ t-3 & (3 \leq t \leq 5) \end{cases}$$

$0 < x < 3$ 인 실수 x 에 대하여 점 P가

시간 $t=0$ 에서 $t=x$ 까지 움직인 거리,

시간 $t=x$ 에서 $t=x+2$ 까지 움직인 거리,

시간 $t=x+2$ 에서 $t=5$ 까지 움직인 거리

중에서 최소인 값을 $f(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

ㄱ. $f(1)=2$

ㄴ. $f(2)-f(1)=\int_1^2 v(t)dt$

ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

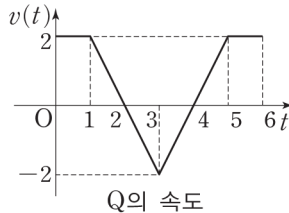
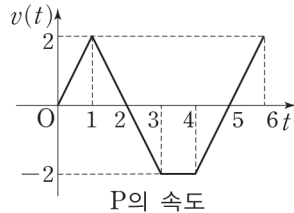
⑤ ㄴ, ㄷ

기본
문제

그래프로 주어졌을 때의 물체의 운동

3

처음 위치가 각각 2, 0인 두 점 P, Q가 수직선 위에서 직선 운동을 하고 있다. t 초 후의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. $t=3$ 에서 두 점 P, Q의 위치는 각각 3, 2이다.

ㄴ. 처음부터 $t=6$ 까지 두 점 P, Q는 두 번 만난다.

ㄷ. $0 \leq t \leq 6$ 에서 두 점이 가장 멀리 떨어진 시각은 $t=6$ 초이다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

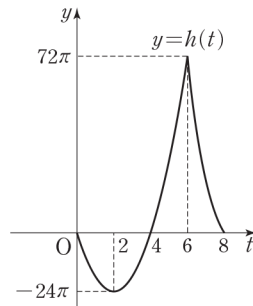
④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 04** 반지름의 길이가 10인 원 위에 두 점 A, B가 같은 점에서 동시에 출발하여 같은 방향으로 움직이고 있다. 점 A가 t 초 동안 움직인 거리를 $f(t)$, 점 B가 t 초 동안 움직인 거리를 $g(t)$ 라 하자. 출발 이후 $t=8$ 일 때까지 점 A가 움직인 거리에서 점 B가 움직인 거리를 뺀 값을

$$h(t) = f(t) - g(t)$$

라 할 때, 곡선 $y=h(t)$ 의 그래프는 그림과 같다. 이때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $h'(2)=0$ 이다.)

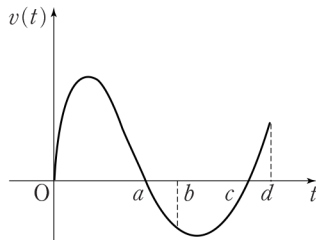


보기

- ㄱ. $t=2$ 일 때, 점 A의 속력과 점 B의 속력은 같다.
 ㄴ. 출발 이후 $t=8$ 일 때까지 두 점 A, B는 10번 만난다.
 ㄷ. $\int_2^8 f'(t)dt = \int_2^8 g'(t)dt + 24\pi$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 05** 다음은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($0 \leq t \leq d$)에서의 속도 $v(t)$ 를 나타내는 그래프이다.



$\int_0^a |v(t)|dt = \int_a^d |v(t)|dt$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $0 < a < b < c < d$ 이다.) [3점]

보기

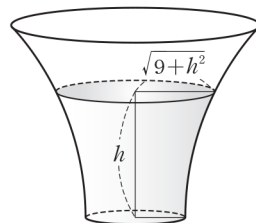
- ㄱ. 점 P는 출발하고 나서 원점을 다시 지난다.
 ㄴ. $\int_0^c v(t)dt = \int_c^d v(t)dt$
 ㄷ. $\int_0^b v(t)dt = \int_b^d |v(t)|dt$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

기본
문제

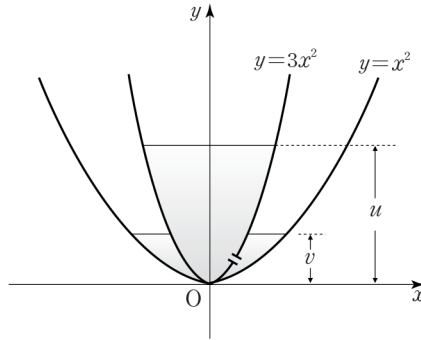
적분과 변화율

- 4** 어떤 그릇에 깊이가 h cm가 되도록 물을 넣을 때 수면은 반지름의 길이가 $\sqrt{9+h^2}$ cm인 원이 된다. 이 그릇에 매초 $260\pi \text{ cm}^3$ 의 비율로 물을 넣을 때, 수면의 높이가 2cm인 순간의 수면이 상승하는 속도는 몇 cm/초인지 구하시오.
 (단, 그릇의 높이는 2cm보다 크다.)



유제 2005학년도 수능 가형 29번

- 06** 곡선 $y=3x^2$ ($0 \leq y \leq 10$)을 y 축 둘레로 회전시킨 회전체 A 와 곡선 $y=x^2$ ($0 \leq y \leq 10$)을 y 축 둘레로 회전시킨 회전체 B 가 있다. 처음에는 물이 A 의 안쪽에만 차 있다가 원점 O 부근의 작은 구멍을 통하여 A 의 바깥쪽과 B 의 안쪽으로 둘러싸인 부분으로 흘러 나가기 시작한다. A 의 안쪽 수면의 높이를 u , A 의 바깥쪽 수면의 높이를 v 라 할 때, v 가 u 의 $\frac{1}{2}$ 이 되는 순간의 $\frac{dv}{du}$ 의 값은? [4점]



- ① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

기본 문제

곡선의 길이

2008학년도 수능 가형 30번

- 5** $x=0$ 에서 $x=6$ 까지 곡선 $y=\frac{1}{3}(x^2+2)^{\frac{3}{2}}$ 의 길이를 구하시오. [4점]

유제

- 07** 실수 p 에 대하여 미분가능한 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 두 점 $(0, 3)$, $(p, 5-2p)$ 을 지날 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5p}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{1 + \left\{ f' \left(\frac{pk}{n} \right) \right\}^2}$ 의 최솟값은?

- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ 5 ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ 10

유제

- 08** $f'(1)=2\sqrt{2}$ 이고, 양수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 가 $f'(x)f''(x)=2+\frac{1}{\sqrt{x}}$ ($x>0$)를 만족시킬 때, $x=1$ 에서 $x=4$ 까지 곡선 $y=f(x)$ 의 길이는?

- ① 11 ② $\frac{35}{3}$ ③ $\frac{37}{3}$ ④ 13 ⑤ $\frac{41}{3}$

6 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x=4(\cos t + \sin t) \\ y=\cos 2t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

이다. 점 P가 $t=0$ 에서 $t=2\pi$ 까지 움직인 거리(경과 거리)를 $a\pi$ 라 할 때, a^2 의 값을 구하시오. [4점]

유제 ○

09 그림과 같이 좌표평면 위에 원 $x^2 + y^2 = 1$ 와 직선 $y=1$ 이 있다. 두 점 P, Q는 점 A(0, 1)를 동시에 출발하여 점 P는 매초 1라디안의 속력으로 원 위를 시계 반대 방향으로 움직이고, 점 Q는 매초 1의 속력으로 직선 $y=1$ 위를 y 축의 왼쪽 방향으로 움직이고 있다. 선분 PQ의 중점을 M이라 할 때, $t=0$ 에서 $t=\pi$ 까지 점 M이 움직인 거리는? (단, t 의 단위는 초이다.)

- ① $2-\sqrt{2}$ ② 1 ③ $2(2-\sqrt{2})$
④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

