

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(\frac{2^{\sqrt{3}}}{2}\right)^{\sqrt{3}+1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 1 ④ 4 ⑤ 16

2. 함수 $f(x) = 2x^2 + 5$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. $\sin(\pi - \theta) = \frac{5}{13}$ 이고 $\cos \theta < 0$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{12}{13}$ ② $-\frac{5}{12}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{12}{13}$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x + a & (x \leq a) \\ ax - 6 & (x > a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2a_5, \quad a_8 + a_{12} = -6$$

일 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

6. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$ 의 극댓값이 9일 때,

함수 $f(x)$ 의 극솟값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_n = \frac{1}{n(n+1)} \text{ 일 때, } \sum_{k=1}^{10} (S_k - a_k) \text{의 값은? [3점]}$$

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

8. 곡선 $y = x^3 - 4x + 5$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선이
 곡선 $y = x^4 + 3x + a$ 에 접할 때, 상수 a 의 값은? [3점]
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 닫힌구간 $[0, 12]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{6}, \quad g(x) = -3 \cos \frac{\pi x}{6} - 1$$

이 있다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = k$ 가 만나는 두 점의
 x 좌표를 α_1, α_2 라 할 때, $|\alpha_1 - \alpha_2| = 8$ 이다. 곡선 $y = g(x)$ 와
 직선 $y = k$ 가 만나는 두 점의 x 좌표를 β_1, β_2 라 할 때,
 $|\beta_1 - \beta_2|$ 의 값은? (단, k 는 $-1 < k < 1$ 인 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

10. 수직선 위의 점 $A(6)$ 과 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여
 이 수직선 위를 움직이는 점 P 가 있다. 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의
 점 P 의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = 3t^2 + at \quad (a > 0)$$

이라 하자. 시각 $t=2$ 에서 점 P 와 점 A 사이의 거리가 10일 때,
 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 함수 $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 2일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

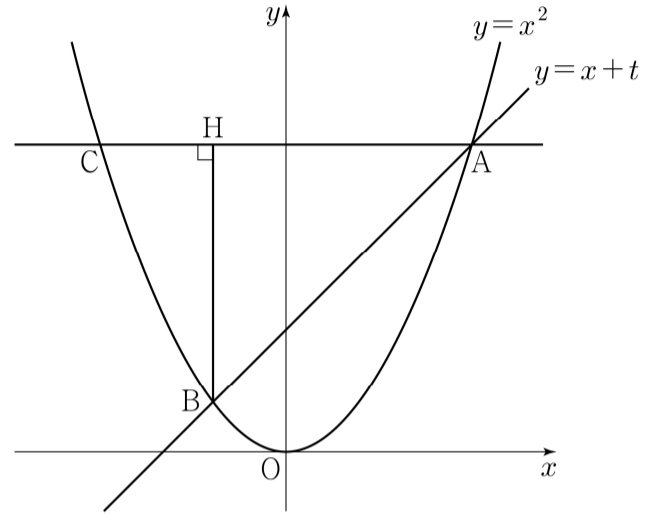
$\sqrt{3}^{f(n)}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9 이다.

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

12. 실수 $t(t > 0)$ 에 대하여 직선 $y = x + t$ 와 곡선 $y = x^2$ 이 만나는 두 점을 A, B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = x^2$ 과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C, 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{AH} - \overline{CH}}{t}$ 의 값은? (단, 점 A의 x 좌표는 양수이다.) [4점]

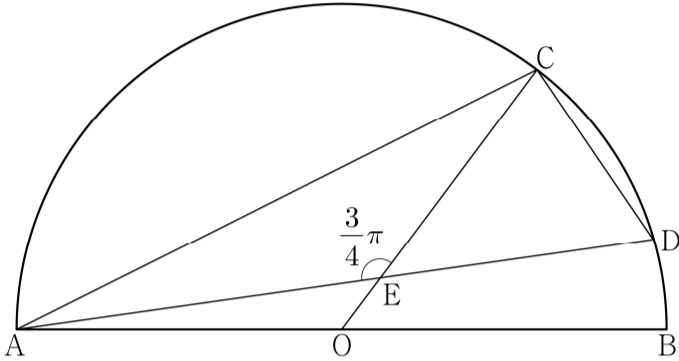
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



13. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$$\overline{CE} = 4, \quad \overline{ED} = 3\sqrt{2}, \quad \angle CEA = \frac{3}{4}\pi$$

이다. $\overline{AC} \times \overline{CD}$ 의 값은? [4점]



- ① $6\sqrt{10}$
- ② $10\sqrt{5}$
- ③ $16\sqrt{2}$
- ④ $12\sqrt{5}$
- ⑤ $20\sqrt{2}$

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0) = 0, f(1) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(t)$ 를

$$g(t) = \int_t^{t+1} f(x) dx - \int_0^1 |f(x)| dx$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $g(0) = 0$ 이면 $g(-1) < 0$ 이다.
- ㄴ. $g(-1) > 0$ 이면 $f(k) = 0$ 을 만족시키는 $k < -1$ 인 실수 k 가 존재한다.
- ㄷ. $g(-1) > 1$ 이면 $g(0) < -1$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 k 에 대하여 $a_{4k} = r^k$ 이다.

(단, r 는 $0 < |r| < 1$ 인 상수이다.)

(나) $a_1 < 0$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (|a_n| < 5) \\ -\frac{1}{2}a_n & (|a_n| \geq 5) \end{cases}$$

이다.

$|a_m| \geq 5$ 를 만족시키는 100 이하의 자연수 m 의 개수를 p 라 할 때, $p + a_1$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

단답형

16. 방정식 $\log_3(x-4) = \log_9(x+2)$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 4x + 3$ 이고 $f(1) = 5$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 a_k = 10$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^5 ca_k = 65 + \sum_{k=1}^5 c$$

를 만족시키는 상수 c 의 값을 구하시오. [3점]

19. 방정식 $3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + k = 0$ 이 서로 다른 4개의 실근을 갖도록 하는 자연수 k 의 개수를 구하시오. [3점]

20. 상수 $k(k < 0)$ 에 대하여 두 함수

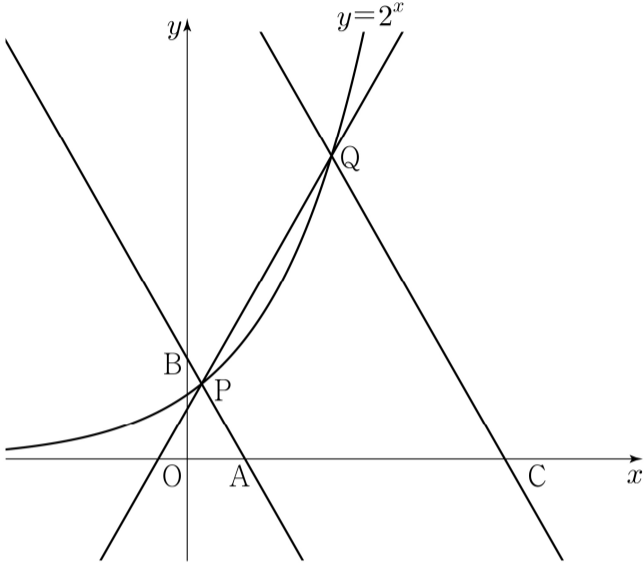
$$f(x) = x^3 + x^2 - x, \quad g(x) = 4|x| + k$$

의 그래프가 만나는 점의 개수가 2일 때,
두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 하자.
 $30 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 위에 두 점 $P(a, 2^a)$, $Q(b, 2^b)$ 이 있다. 직선 PQ의 기울기를 m 이라 할 때, 점 P를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 Q를 지나며 기울기가 $-m$ 인 직선이 x 축과 만나는 점을 C라 하자.

$$\overline{AB} = 4\overline{PB}, \quad \overline{CQ} = 3\overline{AB}$$

일 때, $90 \times (a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < a < b$) [4점]



22. 최고차항의 계수가 1이고 $x=3$ 에서 극댓값 8을 갖는 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq t) \\ -f(x) + 2f(t) & (x < t) \end{cases}$$

라 할 때, 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 함수 $h(t)$ 가 $t=a$ 에서 불연속인 a 의 값이 두 개일 때, $f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

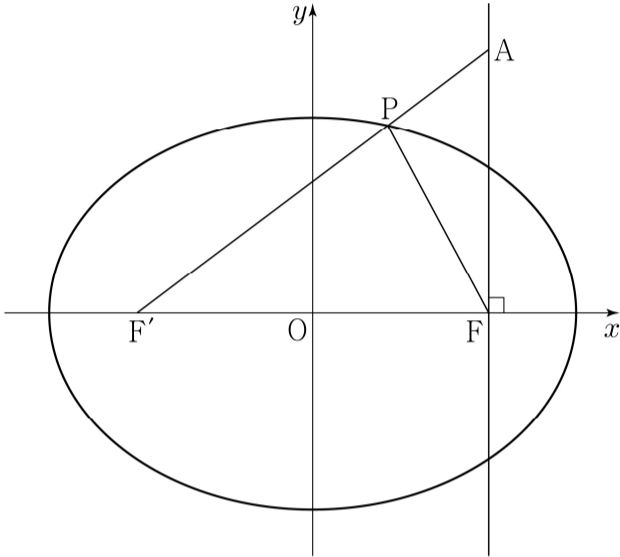
5지선다형

23. 좌표공간의 두 점 $A(a, 1, -1)$, $B(-5, b, 3)$ 에 대하여
 선분 AB의 중점의 좌표가 $(8, 3, 1)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [2점]
- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$ 위의 점 $(2a, \sqrt{3})$ 에서의 접선이
 직선 $y = -\sqrt{3}x + 1$ 과 수직일 때, 상수 a 의 값은? [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{5} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하자. 점 F를 지나고 x축에 수직인 직선 위의 점 A가 $\overline{AF'} = 5$, $\overline{AF} = 3$ 을 만족시킨다. 선분 AF'과 타원이 만나는 점을 P라 할 때, 삼각형 PF'F의 둘레의 길이는? (단, a는 $a > \sqrt{5}$ 인 상수이다.) [3점]

- ① 8 ② $\frac{17}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ 10



26. 좌표평면 위의 점 A(3, 0)에 대하여

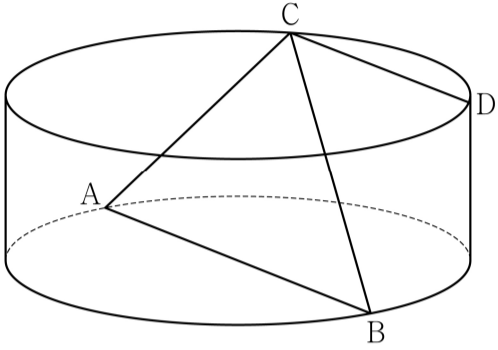
$$(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}) \cdot (\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}) = 5$$

를 만족시키는 점 P가 나타내는 도형과 직선 $y = \frac{1}{2}x + k$ 가 오직 한 점에서 만날 때, 양수 k의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ 1 ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

27. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4, 높이가 3인 원기둥이 있다. 선분 AB는 이 원기둥의 한 밑면의 지름이고 C, D는 다른 밑면의 둘레 위의 서로 다른 두 점이다. 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때, 선분 CD의 길이는? [3점]

- (가) 삼각형 ABC의 넓이는 16이다.
 (나) 두 직선 AB, CD는 서로 평행하다.



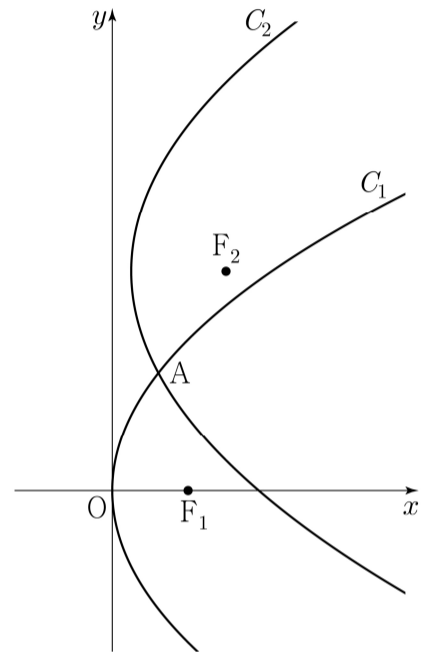
- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

28. 실수 $p(p \geq 1)$ 과 함수 $f(x) = (x+a)^2$ 에 대하여 두 포물선

$$C_1 : y^2 = 4x, \quad C_2 : (y-3)^2 = 4p\{x-f(p)\}$$

가 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 두 포물선 C_1, C_2 의 초점을 각각 F_1, F_2 라 할 때, $\overline{AF_1} = \overline{AF_2}$ 를 만족시키는 p 가 오직 하나가 되도록 하는 상수 a 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{3}{8}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$



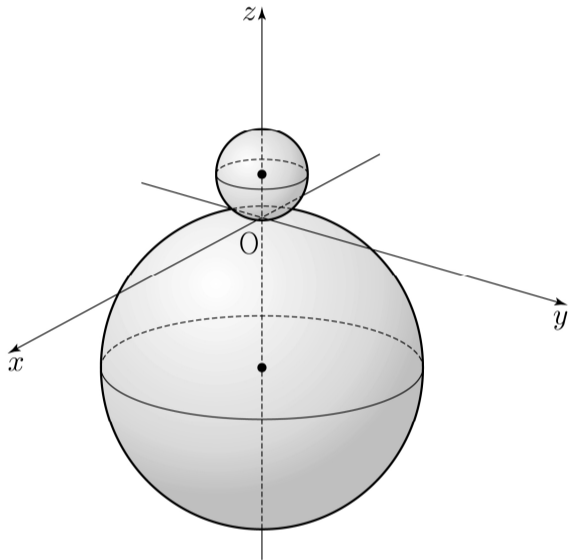
단답형

29. 좌표공간에 두 개의 구

$$S_1 : x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4, \quad S_2 : x^2 + y^2 + (z+7)^2 = 49$$

가 있다. 점 $A(\sqrt{5}, 0, 0)$ 을 지나고 zx 평면에 수직이며, 구 S_1 과 z 좌표가 양수인 한 점에서 접하는 평면을 α 라 하자. 구 S_2 가 평면 α 와 만나서 생기는 원을 C 라 할 때, 원 C 위의 점 중 z 좌표가 최소인 점을 B 라 하고 구 S_2 와 점 B 에서 접하는 평면을 β 라 하자.

원 C 의 평면 β 위로의 정사영의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 좌표평면 위에 두 점 $A(-2, 2)$, $B(2, 2)$ 가 있다.

$$(|\overrightarrow{AX}| - 2)(|\overrightarrow{BX}| - 2) = 0, \quad |\overrightarrow{OX}| \geq 2$$

를 만족시키는 점 X 가 나타내는 도형 위를 움직이는 두 점 P , Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\vec{u} = (1, 0)$ 에 대하여 $(\overrightarrow{OP} \cdot \vec{u})(\overrightarrow{OQ} \cdot \vec{u}) \geq 0$ 이다.
 (나) $|\overrightarrow{PQ}| = 2$

$\overrightarrow{OY} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$ 를 만족시키는 점 Y 의 집합이 나타내는 도형의 길이가 $\frac{q}{p}\sqrt{3}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.