2013학년도 대학수학능력시험 대비

2012학년도 10월 고3 전국연합학력평가 정답 및 해설

수리 나형 정답

1	③	2	⑤	3	③	4	⑤	5	③
6	①	7	②	8	③	9	④	10	①
11	②	12	②	13	④	14	①	15	②
16	①	17	④	18	③	19	④	20	⑤
21	⑤	22	21	23	12	24	19	25	16
26	2	27	56	28	3	29	4	30	420

해 설

1~2. '가'형과 동일

3. [출제의도] 수열의 극한의 성질을 이해한다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3n-1}{\sqrt{n^2+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{3-\frac{1}{n}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}}=3$$

4. [출제의도] 정적분의 값을 계산한다.

$$\int_0^2(x^2+1)dx-\int_0^2x^2dx=\int_0^2 1dx=2$$

5. [출제의도] 로그부등식의 성질을 이해한다.

로그의 정의에 의하여 $x-1>0$이고, 로그부등식의 밑을 같게 하면 $x-1\le 8$ $\therefore$ $1<x\le 9$

따라서 구하는 정수의 개수는 8이다.

6. [출제의도] 이항정리를 이용하여 이항계수를 계산한다.

$(x^2+1)^5$의 전개식에서 ${}_5C_r(x^2)^{5-r}1^r={}_5C_r x^{10-2r}$이므로 x^2의 계수는 $r=4$일 때 ${}_5C_4=5$

7. [출제의도] 독립사건의 성질과 조건부 확률을 이해한다.

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{2}P(B)$이다.

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$\frac{2}{3}=\frac{1}{2}+P(B)-\frac{1}{2}P(B)$ $\therefore$ $P(B)=\frac{1}{3}$

8. [출제의도] 연속확률변수의 확률을 계산한다.

$$P(0\le X\le 1)=\int_0^1\frac{1}{2}xdx=\frac{1}{4}$$

9. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 로그의 계산 문제를 해결한다.

$$\log_a b+\log_b a=\frac{\log b}{\log a}+\frac{\log a}{\log b}$$

$$=\frac{(\log a+\log b)^2-2\log a\cdot\log b}{\log a\cdot\log b}$$

$$=\frac{16-2\times 2}{2}=6$$

10. [출제의도] 정적분의 기본 정리를 이용하여 도함수의 정적분 문제를 해결한다.

$$\int_0^2 f'(x)dx=[f(x)]_0^2=f(2)-f(0)=0-2=-2$$

11. [출제의도] 미분가능성을 이해한다.

함수 $f(x)$가 연속이므로 $f(0)=a+b=1$ … ㉠

$f(x)$는 $x=0$에서 미분가능하므로

$$f'(0)=\lim_{h\to+0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to-0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}$$

그런데 $\lim_{h\to-0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=-1$,

$\lim_{h\to+0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=2a(0-1)=-2a$이므로

$-1=-2a$ … ㉡

㉡을 ㉠에 대입하여 $b=\frac{1}{2}$ $\therefore$ $f(1)=b=\frac{1}{2}$이다.

12. '가'형과 동일

13. [출제의도] 조건부 확률을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.

	A역	B역	
	승차	하차	승차
남자	90	18	60
여자	60	12	60

B역에서 C역으로 가는 도중 기차에 타고 있는 승객의 수는 남자 $90-18+60=132$, 여자 $60-12+60=108$이므로 전체 승객은 240이다.

여자 승객이 선택될 확률은 $\frac{108}{240}$이고, A역에서 승차한 여자 승객이 선택될 확률은 $\frac{60-12}{240}=\frac{48}{240}$이므로

구하는 확률은 $\frac{\frac{48}{240}}{\frac{108}{240}}=\frac{4}{9}$

14. '가'형과 동일

15. [출제의도] 접선의 기울기를 이해한다.

$f'(x)=2x^2+a$에서 $f'(0)=a$, $f'(1)=2+a$

그러므로 $a(2+a)=-1$, $(a+1)^2=0$

따라서 $a=-1$

16~17. '가'형과 동일

18. [출제의도] 함수의 극한을 이해한다.

ㄱ. $\lim_{x\to-1-0}f(x)=1$이고 $f(-1)=1$이므로 (참)

ㄴ. $\lim_{x\to1+0}f(x)g(x)=\lim_{x\to1+0}f(x)\lim_{x\to1+0}g(x)=1\cdot 0=0$

$\lim_{x\to1-0}f(x)g(x)=\lim_{x\to1-0}f(x)\lim_{x\to1-0}g(x)=0$ (참)

ㄷ. ㄴ에서 $\lim_{x\to1}f(x)g(x)=0$, $f(1)g(1)=1\cdot 1=1$(거짓)

19. [출제의도] 정적분을 이용하여 넓이를 추론한다.

S_1, S_2, S_3이 등차수열을 이루므로 $2S_2=S_1+S_3$이다.

$$3S_2=S_1+S_2+S_3=\int_{-1}^{2}f(x)dx$$

$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+2x\right]_{-1}^{2}$$

$$=\frac{9}{2}\qquad\therefore\ S_2=\frac{3}{2}$$

20. [출제의도] 도형에서 함수의 극한을 이해한다.

기울기가 -2인 직선 l의 y절편을 b라 하면

직선 l의 방정식은 $2x+y-b=0$

점 C(2, 0)에서 직선 l : $2x+y-b=0$에 이르는 거리

$r=\frac{|2\cdot 2-b|}{\sqrt{5}}=\frac{|4-b|}{\sqrt{5}}$에서 $b=4\pm\sqrt{5}r$ … ㉠

점 C′(3,3)에서 직선 l : $2x+y-b=0$에 이르는 거리

$f(r)=\frac{|9-b|}{\sqrt{5}}$에 ㉠을 대입하여 극한을 취하면

$$\lim_{r\to+0}f(r)=\lim_{r\to+0}\frac{|5\pm\sqrt{5}r|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$$

21~22. '가'형과 동일

23. [출제의도] 그래프와 행렬의 관계를 이해한다.

그래프의 연결관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은 변의 개수의 두 배와 같으므로 $6\cdot 2=12$

24. [출제의도] 이산확률분포를 이해한다.

$E(X)=1\cdot\frac{3}{10}+2\cdot\frac{1}{2}+3\cdot\frac{1}{5}=\frac{19}{10}$이므로

$E(10X)=10E(X)=10\cdot\frac{19}{10}=19$

25. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 수열의 합에 관한 문제를 해결한다.

$64=2^6$이므로 $[\log_2 64]=6$

$3^3=27<64<3^4=81$이므로 $[\log_3 64]=3$

$4^3=64$이므로 $[\log_4 64]=3$

$5^2=25<64<5^3=125$이므로 $[\log_5 64]=2$

$6^2=36<64<6^3=216$이므로 $[\log_6 64]=2$

그러므로 $\sum_{n=2}^{6}[\log_n 64]=16$

26. [출제의도] 정적분의 성질을 이해한다.

$F(x)=\int_2^x(t^2+3t-2)dt$라 하면 $F'(x)=x^2+3x-2$

$$(\text{준식})=\lim_{x\to2}\frac{F(x)-F(2)}{x^2-4}=\lim_{x\to2}\frac{1}{x+2}\cdot\frac{F(x)-F(2)}{x-2}$$

$$=\frac{1}{4}F'(2)=\frac{1}{4}(2^2+3\cdot 2-2)=2$$

27. [출제의도] 중복조합을 이용하여 규칙을 추론한다.

쌓는 순서가 정해져 있으므로 세 개의 원판을 택하면 쌓는 방법은 한가지로 정해진다. 그러므로 구하는 방법의 수는 서로 다른 6개에서 3개를 택하는 중복조합의 수이므로 ${}_{6+3-1}C_3={}_8C_3=56$

28. [출제의도] 극한의 성질을 이용하여 도형에 응용된 극한 문제를 해결한다.

선분 CP_0의 길이를 $a\,(0<a<1)$이라 하면

$\overline{P_0P_1}=\overline{P_2P_3}=\overline{P_4P_5}=\cdots=a$

$\overline{P_1P_2}=\overline{P_3P_4}=\overline{P_5P_6}=\cdots=1-a$

이므로 $l_{2n}=n$이다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{l_{2n}}{2n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{n}{2n+1}=\frac{1}{2}\ \therefore\ a+b=3$$

29. [출제의도] 도함수의 성질을 이용하여 극값을 구하는 문제를 해결한다.

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$라 하면 $f'(x)=3x^2+2ax+b$

조건 (가)에 의하여 $y=f'(x)$의 그래프는 y축에 대칭이므로 $a=0$

따라서 $f'(x)=3x^2+b$이고, 조건 (나)에서 $f'(1)=0$이고 $f(1)=0$이므로 $b=-3$, $c=2$

따라서 $f(x)$의 극댓값 $f(-1)=4$

30. [출제의도] 수열의 규칙성을 이용하여 여러 가지 수열 문제를 해결한다.

a_n의 경우, 마지막 상태에서는 $4n$개의 동전 중 $2n$개의 동전이 ㉯이므로 적어도 $2n$번의 시행을 해야 한다. 그런데 $4n$개 동전을 4개씩 n개의 묶음으로 나누면 각 묶음마다 2회씩을 시행하여 총 $2n$회의 시행 후 마지막 상태를 만들 수 있다. 즉, ㉮㉮㉮㉮ ㉮㉮㉮㉮ … ㉮㉮㉮㉮ ⇨ ㉮㉯㉮㉮ ㉮㉮㉮㉮ … ㉮㉮㉮㉮ ⇨ ㉮㉮㉯㉮ ㉮㉮㉮㉮ … ㉮㉮㉮㉮ ⇨ ㉮㉯㉯㉯ ㉮㉯㉯㉯ … ㉮㉮㉮㉮ ⇨ ㉯㉯㉮㉯ ㉯㉯㉯㉯ … ㉮㉮㉮㉮ ⇨ … ⇨ ㉯㉯㉯㉯ ㉯㉯㉯㉯ … ㉯㉯㉯㉯ 와 같이 $2n$번의 시행으로 마지막 상태를 만들 수 있으므로 $a_n=2n$이다.

따라서 $\sum_{n=1}^{20}a_n=\sum_{n=1}^{20}2n=2\sum_{n=1}^{20}n=2\times\frac{20\cdot 21}{2}=420$