6월 2일 수능 모의평가

수리 영역 (가형)

2 교시

6월 2일 수능 모의평가

수리 영역(가형)

분석 및 해설

정 답									
01 ③	02 ③	03 ①	04 ②	05 ④	06 ①	07 ⑤	08 ④	09 ⑤	10 ④
11 ④	12 ②	13 ②	14 ③	15 ②	16 ③	17 ①	18 ⑤	19 ④	20 ③
21 ⑤	22 171	23 310	24 41	25 12	26 10	27 17	28 32	29 8	30 25

출제 문항 분석

문항	난이도	출제 단원	출제 의도
1	하	지수와 로그	지수-로그 계산
2	하	함수의 극한	함수의 극한(e의 정의)
3	하	일차변환과 행렬	일차변환
4	하	행렬과 그래프	행렬과 그래프
5	하	방정식과 부등식	고차부등식
6	하	함수의 극한	함수의 연속성
7	중	일차변환과 행렬	회전변환과 합성변환
8	중	미분법	극대, 극소와 미분
9	중	행렬과 그래프	역행렬
10	중	수열	수학적 귀납법
11	중	삼각함수	삼각함수의 덧셈정리
12	중	지수와 로그	지수-로그 계산(상용로그)
13	중	이차곡선	쌍곡선
14	중	수열의 극한	무한등비급수와 도형
15	중	순열과 조합	순열과 조합
16	상	방정식과 부등식	분수방정식
17	중	수열	여러 가지 수열
18	중	적분법	정적분의 활용(넓이)
19	상	적분법	치환적분과 부분적분
20	중	수열의 극한	수열의 극한
21	상	미분법	미분법의 활용
22	하	순열과 조합	중복조합
23	하	수열	등차수열
24	중	적분법	정적분의 활용(부피)
25	중	삼각함수	삼각함수의 덧셈정리
26	중	미분법	합성함수의 미분법
27	중	함수의 극한	함수의 극한
28	중	이차곡선	타원
29	중	이차곡선	포물선
30	상	지수와 로그	지수-로그의 응용

출제 경향

“수능 만점 1% … EBS 직접 출제”라는 출제 방침 아래서 “과연 그대로 출제될 수 있을까?”라는 기대 반, 우려 반 속에서 치러진 2012학년도 6월 모의평가 수리 영역 시험은 유례없이 쉬운 시험으로 기록될 것 같다. 교육이 교육 외적인 상황에 이용될 때 초래될 혼란이 현실화 되는 듯하다.

‘가’형에는 교과 과정의 변화가 작아서 일차변환, 중복조합, 원순열 등이 새로이 추가되고 예전에는 이차곡선 문제가 9월 모의평가에서 처음 출제되었으나 이번에는 6월 모의평가로 이동한 것 이외에는 구성적인 면에서는 큰 변화가 없었다.

16번에서처럼 식의 변형을 통해 접근이 용이한 방정식으로 전환해서 문제를 해결해 내도록 하는 어느 정도의 사고력을 요구하는 문제와 21번에서처럼 $f'(x)$과 $f''(x)$의 관계와 $f(x)$의 그래프의 이해를 요구하는 문제가 다소 까다롭게 출제하기도 하였으나 공통 문제가 쉬웠고, 다른 문제들도 큰 고민 없이 해결되는 문제가 다수여서 변별력을 잃은 시험이었다.

학습 대책

이번 시험 정도 난이도라면 “원리에 대한 정확한 이해와 깊은 사고력”은 교육 현실에서 통하지 않는 선생들만의 이야기가 될 가능성이 클 것이다.
그러나 이러한 난이도가 9월 모의평가, 대수능에도 계속 유지될 것으로 보이지는 않는다. 지나친 낙관속에서 깊은 이해 없이 반복적인 문제 풀이에만 매달리다가 9월 모의평가, 대수능에 사고력을 요구하는 참신하고 대담한 문제를 만났을 때 당황하지 않도록 수학적 개념에 대해 그 유도 과정과 확장 과정에 대해 충실히 학습해서 어려운 시험에도 대비해야 할 것이다.

해 설

01 | $4\times 8^{\frac{1}{3}}=2^2\times(2^3)^{\frac{1}{3}}=2^{2+1}=8$

02 | $3x=t$라 하면

$$\lim_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{1}{6x}}=\lim_{t\to 0}(1+t)^{\frac{1}{2t}}$$
$$=\lim_{t\to 0}\left\{(1+t)^{\frac{1}{t}}\right\}^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$$

03 | $f:(1,-1)\to(3-(-1),1-a)=(4,1-a)$

$(4,1-a)=(4,0)$이므로

$1-a=0\quad\therefore a=1$

04 | 구하는 행렬의 성분 중 1이 되는 것은 꼭짓점과 꼭짓점을 연결하는 변이 한 개 있으면 1이고, 없으면 0이므로 변의 개수의 두 배이다. 따라서, 성분이 1인 개수는 10이다.

05 | $(2x+1)^4-7(2x+1)^3$

$=(2x+1)^3\{(2x+1)-7\}$

$=16\left(x+\frac{1}{2}\right)^3(x-3)\le 0$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-3)\le 0$

따라서 $-\frac{1}{2}\le x\le 3$이고, 이것을 만족하는 정수는 $0,1,2,3$의 4개이다.

06 | $f(x)$가 $x=2$에서 연속이므로

$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+ax-10}{x-2}=b$에서 $\lim_{x\to 2}(x-2)=0$이므로

$\lim_{x\to 2}(x^2+ax-10)=0$

$4+2a-10=0$에서 $a=3$

$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+3x-10}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+5)}{x-2}=7$

$\therefore b=7$

$\therefore a+b=10$

07 | $A=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}$에서 $A^2=-E$이므로

$A+A^2+A^3+A^4+A^5=A-E-A+E+A$

$=A$

$A\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$

따라서 $(2,0)$은 $(0,2)$로 옮겨진다.

$\therefore a+b=2$

08 | $f'(x)=x-\frac{a}{x}=\frac{x^2-a}{x}=0$

$a>0$, $x>0$이므로 $x=\sqrt{a}$일 때 극값을 갖는다.

x	0	$\cdots$	$\sqrt{a}$	$\cdots$
$f'(x)$	x	$-$	0	$+$
$f(x)$	x	$\searrow$		$\nearrow$

$x=\sqrt{a}$에서 극솟값을 가지므로

$f(\sqrt{a})=\frac{a}{2}-a\times\frac{1}{2}\ln a=\frac{a(1-\ln a)}{2}=0$

$\therefore a=e$

09 | $A=\begin{pmatrix}1&a\\0&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&0\\b&1\end{pmatrix}$에서

ㄱ. $A-B=\begin{pmatrix}0&a\\-b&0\end{pmatrix}$

$(A-B)^2=\begin{pmatrix}-ab&0\\0&-ab\end{pmatrix}=-abE\quad\therefore$ (거짓)

ㄴ. $A^{-1}=\begin{pmatrix}1&-a\\0&1\end{pmatrix}$

$$2E-A=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&a\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-a\\0&1\end{pmatrix}$$

$\therefore A^{-1}=2E-A \quad \therefore$ (참)

ㄷ. $A+A^{-1}=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$

$B+B^{-1}=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$

$\therefore A+A^{-1}=B+B^{-1} \quad \therefore$ (참)

따라서, 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

10 | 주어진 식으로부터 $a_2=\sum_{k=1}^{1}2^{1-k}a_k=2^0a_1=\boxed{1}$

$$a_{n+2}=\sum_{k=1}^{n+1}2^{n+1-k}a_k$$

$$=\sum_{k=1}^{n}2^{n+1-k}a_k+a_{n+1}$$

$$=\boxed{2}\sum_{k=1}^{n}2^{n-k}a_k+a_{n+1}$$

$$=\boxed{3}a_{n+1}$$

따라서, $a_1=1$이고, $n\geq 2$일 때,

$a_n=(\boxed{3})^{n-2}$

$\therefore p=1,\ q=2,\ r=3 \quad \therefore p+q+r=6$

11 | $f(x)=\sqrt{3}\sin x+\cos x+1$

$=2\cdot\sin(x+\alpha)+1$

$\left(\text{단, } \cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ \sin\alpha=\dfrac{1}{2}\right)$

$\therefore f(x)=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)+1$

$\dfrac{\pi}{3}\leq x+\dfrac{\pi}{6}\leq\pi$에서 $0\leq\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)\leq 1$이므로

$1\leq 2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)+1\leq 3$

$M=3,\ m=1$

$\therefore M+m=4$

12 | $c_n=\dfrac{1}{99}\times 1.004^n\,(n=0,1,2,\cdots)$

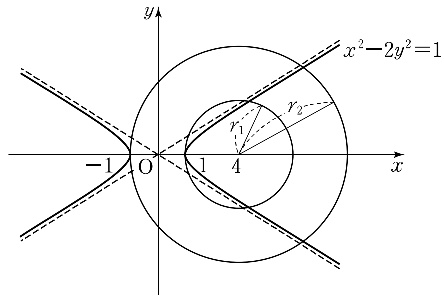
$\therefore c_n\geq\dfrac{1}{9}$에서 $\dfrac{1}{99}\times 1.004^n\geq\dfrac{1}{9}$

$\therefore 1.004^n\geq 11$

$\therefore n\geq\dfrac{\log 11}{\log 1.004}=\dfrac{1.0414}{0.0017}=612.\times\times\times$

따라서, 자연수 n의 최솟값은 613이다.

13 |



그래프를 그려보면 반지름의 길이가 3 또는 5일 때 서로 다른 세 점에서 만난다.

따라서 양수 r의 최댓값은 5이다.

14 | i) $a_n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$이고, $b_n-b_{n-1}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

(단, $b_0=0$이라 하자)이므로 네 점 $(0,b_n)$, $(0,b_{n-1})$, (a_n,b_{n-1}), (a_n,b_n)을 꼭짓점으로 하는 사각형을 R_n이라하면 R_n은 정사각형이다. 정사각형 R_n의 한 변의 길이는 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$이므로 두 정사각형 R_n과 R_{n+1}의 닮음비는 $1:\dfrac{1}{2}$이다.

ii) (P_1의 넓이)$=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\cdot 1\right)=\dfrac{\pi-1}{4}$

주어진 조건에 의하여 P_n은 정사각형 R_n 내부의 도형이고 서로 닮음꼴이다. i)에 의하여 P_n과 P_{n+1}의 닮음비는 $1:\dfrac{1}{2}$이다.

$\therefore P_n$과 P_{n-1}의 넓이의 비는 $1:\dfrac{1}{4}$이다.

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}S_n=\frac{2\times\dfrac{\pi-1}{4}}{1-\dfrac{1}{4}}=\frac{2}{3}(\pi-1)$$

15 | 그림을 고정시켜 놓고 생각하면, 서로 다른 7군데를 칠하는 가짓수 $\Rightarrow$ 7

돌려 가면서 같은 경우가 3가지씩이므로

$\therefore \dfrac{7!}{3}=1680$(가지)

[다른 풀이]

정 가운데를 칠하는 방법의 수는 7가지

나머지 6가지 중에서 3개를 택하고 둥글게 나열하는 가짓수는

$_6\mathrm{C}_3 \times 2!$ (가지)

나머지 원 세 개의 내부를 칠하는 가짓수는

$3!$ (가지)

$\therefore 7 \times {}_6\mathrm{C}_3 \times 2! \times 3! = 1680$(가지)

16 | $\dfrac{1}{f(x)} - \dfrac{1}{f(-x)} = 1 - \dfrac{f(x)}{f(-x)}$

양변에 $f(x)f(-x)$를 곱하면

$f(-x) - f(x) = f(x)f(-x) - \{f(x)\}^2$

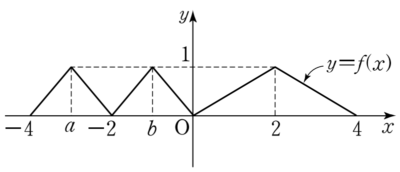
(단, $f(x) \neq 0,\ f(-x) \neq 0$)

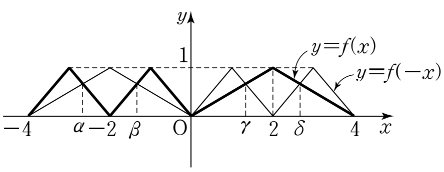
$\{f(x)\}^2 - f(x) + f(-x) - f(x)f(-x) = 0,$

$f(x)\{f(x)-1\} + f(-x)\{1-f(x)\} = 0,$

$\therefore \{f(x)-1\}\{f(x)-f(-x)\} = 0$

(단, $f(x) \neq 0,\ f(-x) \neq 0$)





i) $f(x) = 1$일 때, $x = a,\ b,\ 2$

ii) $f(x) = f(-x)$일 때,

$x = -4,\ \alpha,\ \beta,\ 0,\ \gamma,\ \delta,\ 4$

그런데 $f(x) = 0$ 또는 $f(-x) = 0$인 경우는

$x = -4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4$이므로

주어진 방정식의 근은 $a,\ b,\ \alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta$의 6개이다.

17 | i) 주어진 조건에 의하여

A_{2n-1}은 직선 $x+y=2$ 위의 점이고

A_{2n}은 직선 $x+y=5$ 위의 점이다.

$(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

또한, A_{2n-1}의 x좌표는 n,

A_{2n}의 x좌표는 $n+2$이다.

ii) 점 $(7,\ -2)$는 $x+y=5$ 위의 점이므로

$n+2=7 \quad \therefore n=5$

$\therefore (7,\ -2)$는 $A_{2\times 5} = A_{10}$의 좌표이다.

$\therefore k = 10$

점 $(9,\ -7)$은 $x+y=2$ 위의 점이므로

$n = 9$

$\therefore (9,\ -7)$은 $A_{2\times 9-1} = A_{17}$의 좌표이다.

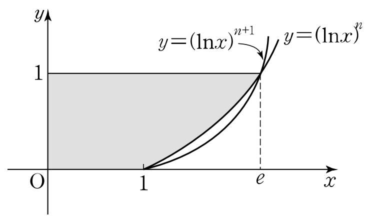
$\therefore l = 17$

$\therefore k + l = 10 + 17 = 27$

18 | ㄱ. $1 \le x \le e$에서 $0 \le \ln x \le 1$이므로

$(\ln x)^n \ge (\ln x)^{n+1}$ (참)

ㄴ.



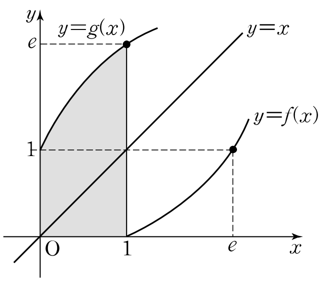
$S_n = e - \displaystyle\int_1^e (\ln x)^n dx$이므로

$$S_n - S_{n+1} = \int_1^e -(\ln x)^n dx + \int_1^e (\ln x)^{n+1} dx$$

$$= \int_1^e \{(\ln x)^{n+1} - (\ln x)^n\} dx < 0$$

$\therefore S_n < S_{n+1}$ (참)

ㄷ. $y = g(x)$의 그래프를 그리면 아래와 같다.



$y = f(x)$의 그래프와 $y = g(x)$의 그래프는 직선 $y = x$에 대해 대칭이므로 $S_n = \displaystyle\int_0^1 g(x)dx$ (참)

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

19 | $\displaystyle\int_0^1 f'(x) \cdot g(x)dx$

$= [f(x) \cdot g(x)]_0^1 - \displaystyle\int_0^1 f(x)g'(x)dx \cdots$ ㉠

$1+x^3=t$라고 치환하면 $3x^2dx=dt$

$$\int_0^1 f(x)g'(x)dx=\int_0^1 \frac{x^2}{(1+x^3)^2}dx$$
$$=\int_1^2 \frac{1}{t^2}\cdot\frac{1}{3}dt$$
$$=-\frac{1}{3}\left[\frac{1}{t}\right]_1^2$$
$$=\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6}=f(1)g(1)-f(0)g(0)-\frac{1}{6}$$
$$=f(1)-\frac{1}{6}$$
$$\therefore\ f(1)=\frac{1}{3}$$

20 | $\overline{\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_n}=3^n-2^n$

P_{n-1}에서 직선 $\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_n$까지의 거리는

$n-(n-1)=1$

$$\therefore\ S_n=\frac{1}{2}(3^n-2^n)$$

$$T_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}(3^k-2^k)$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{3(3^n-1)}{3-1}-\frac{2(2^n-1)}{2-1}\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{3}{2}(3^n-1)-2(2^n-1)\right\}$$
$$=\frac{1}{4}(3^{n+1}-3-2^{n+2}+4)$$

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\frac{T_n}{3^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{4}\cdot\frac{3^{n+1}-2^{n+2}+1}{3^n}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{4}\cdot\left\{3-4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n+\frac{1}{3^n}\right\}$$
$$=\frac{3}{4}$$

21 | $f(x)=\frac{1}{27}(x^4-6x^3+12x^2+19x)$에서

$$f'(x)=\frac{1}{27}(4x^3-18x^2+24x+19)$$

$$f''(x)=\frac{12}{27}(x-1)(x-2)$$

ㄱ.

x	$\cdots$	2	$\cdots$
$f''(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$		2	

증감표에서 (2, 2)는 변곡점이다. (참)

ㄴ. $f(x)-x=\frac{1}{27}(x^4-6x^3+12x^2-8x)$

$$=\frac{1}{27}x(x-2)^3\text{이므로}$$

$\therefore\ f(x)-x=0$의 양의 실근은 $x=2$뿐이다.

(참)

ㄷ. $F(x)=|f(x)-g(x)|$라 하자.

$f(2)=2$에서 $g(2)=2$

$f'(2)=1$에서 $g'(2)=\frac{1}{f'(g(2))}=\frac{1}{f'(2)}=1$

$$\lim_{h\to 0}\frac{F(2+h)-F(2)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{|f(2+h)-g(2+h)|-|f(2)-g(2)|}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{|f(2+h)-g(2+h)|}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{|f(2+h)-f(2)-\{g(2+h)-g(2)\}|}{h}$$

$(\because\ f(2)=g(2))$

$h>0$이면

(주어진 식)

$$=\lim_{h\to 0}\left|\frac{f(2+h)-f(2)}{h}-\frac{g(2+h)-g(2)}{h}\right|$$
$$\left|\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{2}-\lim_{h\to 0}\frac{g(2+h)-g(2)}{h}\right|$$
$$=|f'(2)-g'(2)|=0$$

$h<0$이면

(주어진 식)

$$=-\lim_{h\to 0}\left|\frac{f(2+h)-f(2)}{h}-\frac{g(2+h)-g(2)}{h}\right|$$
$$=-|f'(2)-g'(2)|=0$$

$\therefore\ F(x)$는 $x=2$에서 미분가능하다. (참)

[다른 풀이]

ㄷ. $G(x)=f(x)-g(x)$라 하면

$G(2)=f(2)-g(2)=0$

$G'(2)=f'(2)-g'(2)=1-1=0$이므로

$F(x)=|G(x)|$라 하면 $F'(2)=0$

$\therefore\ F(x)$는 $x=2$에서 미분가능하다. (참)

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

22 | ${}_{3}H_{17} = {}_{19}C_{17} = {}_{19}C_{2} = 171$

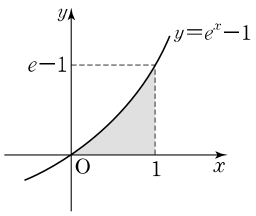
23 | 수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$a_4 - a_2 = 4$에서 $2d = 4$ $\quad \therefore d = 2$

$$\begin{aligned} \therefore a_n &= 2 + (n-1) \cdot 2 \\ &= 2n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{k=11}^{20} a_k &= \sum_{k=1}^{20} a_k - \sum_{k=1}^{10} a_k \\ &= \sum_{k=1}^{20} 2k - \sum_{k=1}^{10} 2k \\ &= 2 \cdot \frac{20 \cdot 21}{2} - 2 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} \\ &= 310 \end{aligned}$$

24 |



$$\begin{aligned} (\text{구하는 부피}) &= \pi \int_0^1 y^2 dx \\ &= \pi \int_0^1 (e^x - 1)^2 dx \\ &= \pi \int_0^1 (e^{2x} - 2e^x + 1) dx \\ &= \pi \left[\frac{1}{2} e^{2x} - 2e^x + x \right]_0^1 \\ &= \frac{\pi}{2}(e^2 - 4e + 5) \end{aligned}$$

$\therefore a = -4 \quad b = 5$

$\therefore a^2 + b^2 = 41$

25 | $\tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$ 이므로

$\dfrac{5}{12} = \dfrac{2p}{1 - p^2}$

$5p^2 + 24p - 5 = 0$

$(p + 5)(5p - 1) = 0$

$p = \dfrac{1}{5}$ $(\because 0 < p < 1)$

$\therefore 60p = 60 \times \dfrac{1}{5} = 12$

26 | $f(0) = 1$, $f'(x) = \dfrac{3}{2}(x+1)^{\frac{1}{2}}$ 에서 $f'(0) = \dfrac{3}{2}$

$h'(x) = \{g(f(x))\}' = g'(f(x)) \cdot f'(x)$이므로

$$\begin{aligned} h'(0) &= g'(f(0)) \cdot f'(0) \\ &= g'(1) \times \frac{3}{2} = 15 \end{aligned}$$

$\therefore g'(1) = 10$

27 | $\angle \mathrm{ROB} = \angle \mathrm{PAB} = \theta$이므로 $\overline{\mathrm{OQ}} = \cos\theta$

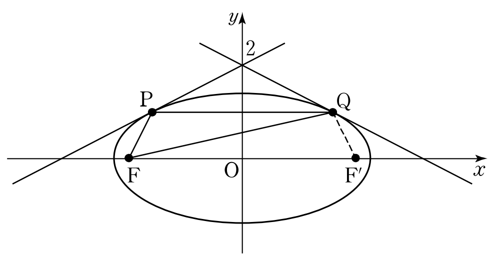
$\overline{\mathrm{QR}} = \overline{\mathrm{OR}} - \overline{\mathrm{OQ}} = 1 - \cos\theta$

$$\begin{aligned} \therefore S(\theta) &= \pi \cdot \left(\frac{\overline{\mathrm{QR}}}{2} \right)^2 \\ &= \pi \cdot \left(\frac{1 - \cos\theta}{2} \right)^2 \\ &= \pi \cdot \left(\sin^2 \frac{\theta}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^4} &= \lim_{\theta \to 0} \pi \left(\frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\theta} \right)^4 \\ &= \pi \left(\frac{1}{2} \right)^4 = \frac{1}{16}\pi \end{aligned}$$

$\therefore p + q = 17$

28 |



점 Q의 좌표를 (x_1, y_1)이라 하자.

점 Q에서의 접선의 방정식은

$\dfrac{x_1 x}{8} + \dfrac{y_1 y}{2} = 1$

이 직선이 $(0, 2)$를 지나므로 $y_1 = 1$

따라서 Q의 좌표는 $(2, 1)$, P의 좌표는 $(-2, 1)$

이때, 주어진 도형은 y축에 대해 대칭이므로

타원의 두 초점을 F, F$'$이라 하면 $\overline{\mathrm{PF}} = \overline{\mathrm{QF'}}$

(삼각형 PFQ의 둘레의 길이)

$= \overline{PQ} + \overline{PF} + \overline{QF}$

$= \overline{PQ} + \overline{QF} + \overline{QF'}$

$= \overline{PQ} +$(장축의 길이)

$= 4 + 4\sqrt{2}$

$\therefore a = b = 4$이므로 $a^2 + b^2 = 32$

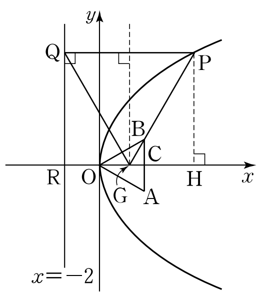
29 | $\overline{OG}$의 연장선과 $\overline{AB}$의 교점을 C라고 하자.

$\overline{OG} = \frac{2}{3}\overline{OC} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{OB}$

$= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 2$

$\angle GBC = 30°, \angle GCB = 90°$에서

$\angle BGC = 60°$



P를 지나며 x축과 평행한 직선과 준선 $x = -2$와의 교점을 Q라고 하고, P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\overline{GH} = \overline{GP} \cdot \cos 60° = \frac{1}{2}\overline{GP}$

포물선의 정의에서,

$\overline{GP} = \overline{PQ} = \overline{HR} = \overline{HG} + \overline{GR}$

$= \frac{1}{2}\overline{GP} + 4$

$\therefore \overline{GP} = 8$

[다른 풀이]

$\overline{OG}$의 연장선과 $\overline{AB}$의 교점을 C라 하자.

$\overline{OG} = \frac{2}{3}\overline{OC} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{OB}\right)$

$= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 2$

$\therefore G(2, 0) \cdots$ ㉠

또, $\angle GBC = 30°$, $\angle GCB = 90°$에서

$\angle BGC = 60°$

$\therefore$ 직선 GP의 기울기는 $\tan 60° = \sqrt{3} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 직선 GP의 방정식은 $y = \sqrt{3}(x-2)$

포물선의 방정식이 $y^2 = 8x$이므로

$y = \sqrt{3}(x-2)$와의 교점을 구하면

$3(x-2)^2 = 8x$, $3x^2 - 20x + 12$

$= (x-6)(3x-2) = 0$

$x > 2$이므로 $x = 6$

$\therefore P(6, 4\sqrt{3})$

$\therefore \overline{GP} = \sqrt{4^2 + (4\sqrt{3})^2} = 8$

30 | $\{k | k \in S$이고 $\log_2 n - \log_2 k$는 정수$\}$

$\Leftrightarrow \{k | k \in S,\ \log_2 \frac{n}{k} = -p$($p$는 정수)$\}$

$\Leftrightarrow \{k | k \in S,\ k = n \cdot 2^p$($p$는 정수)$\}$이다.

i) $n \le 50$일 때,

$n \in S$, $2n \in S$이므로 $f(n) \ge 2$

ii) $n > 50$일 때,

㉠ $n = 2l$(l은 정수)

$n \in S$, $\frac{n}{2} = l \in S$이므로 $f(n) \ge 2$

㉡ $n = 2l + 1$(l은 정수)

$n \in S$, $n \cdot 2^p \notin S$이므로 $f(n) = 1$

따라서, 조건을 만족시키는 n은

51, 53, 55, $\cdots$, 99로써 25개 이다.