6월 2일 수능 모의평가

수리 영역 (나형)

2 교시

6월 2일 수능 모의평가

수리 영역(나형)

분석 및 해설

정 답									
01 ③	02 ⑤	03 ③	04 ②	05 ①	06 ②	07 ⑤	08 ④	09 ⑤	10 ④
11 ①	12 ②	13 ②	14 ③	15 ④	16 ⑤	17 ①	18 ④	19 ③	20 ③
21 ①	22 16	23 310	24 17	25 29	26 12	27 13	28 30	29 11	30 25

출제 문항 분석

문항	난이도	출제 단원	출제 의도
1	하	지수와 로그	지수-로그 계산
2	하	행렬과 그래프	행렬의 계산
3	하	수열의 극한	수열의 극한의 계산
4	하	행렬과 그래프	행렬과 그래프
5	하	함수의 극한과 연속	함수의 극한의 계산
6	하	수열	등차수열의 항 구하기
7	하	함수의 극한과 연속	함수의 극한 구하기
8	하	수열	등비중항의 이용
9	중	행렬과 그래프	역행렬
10	중	수열	수학적 귀납법
11	하	다항함수의 미분법	미분계수 구하기
12	중	지수와 로그	지수-로그 계산(상용로그)
13	하	지수함수와 로그함수	로그함수의 그래프
14	중	수열의 극한	무한등비급수와 도형
15	중	다항함수의 미분법	도함수와 함수의 증가
16	중	지수함수와 로그함수	로그부등식의 계산
17	중	수열	여러 가지 수열
18	중	함수의 극한과 연속	함수의 극한
19	중	다항함수의 미분법	함수의 그래프와 도함수
20	중	수열의 극한	수열의 극한
21	중	다항함수의 미분법	미분과 최대, 최소
22	하	함수의 극한과 연속	함수의 극한
23	하	수열	등차수열
24	하	다항함수의 미분법	미분계수의 계산
25	하	수열	수열의 합
26	하	행렬과 그래프	행렬의 계산
27	하	다항함수의 미분법	미분과 접선의 방정식
28	하	수열의 극한	수열의 극한
29	중	행렬과 그래프	행렬과 연립방정식
30	상	지수와 로그	지수-로그의 응용

출제 경향

"수능 만점 1% … EBS 직접 출제"라는 출제 방침 아래서 "과연 그대로 출제될 수 있을까?"라는 기대 반, 우려 반 속에서 치러진 2012학년도 6월 모의평가 수리 영역 시험은 유례없이 쉬운 시험으로 기록될 것 같다. 교육이 교육 외적인 상황에 이용될 때 초래될 혼란이 현실화 되는 듯하다.

출제의 구성에서는 교과 과정의 추가에 따른 많은 변화가 있었다. '나'형에서 지수와 로그, 지수함수와 로그함수의 출제 문항수가 예전에 비해 절반 이하로 줄고 수열 단원은

두 배로 늘었다. 당연히 수열의 극한도 함수의 극한과 중복되므로 출제 비중이 줄었다. 총 30문제 중 $\frac{1}{3}$에 해당되는 10문제가 신 교과 과정인 미분법과 함수의 극한에서 추가되었다. 새로 추가되는 단원의 문제는 쉽게 출제하여 수험생의 부담을 덜어 주는 출제 원칙도 합리적으로 보인다.

그러나 수열 단원에서 많은 문제들이 내용을 잘 읽어보지 않더라도 그림을 보는 것만으로 풀 수 있는 문제들을 많이 낸 것, 주관식 문제들이 지나치게 단순 계산만 묻는 문제를 낸 것 등에서 출제진이 수학을 통해 학생들이 배우고 익혀야 할 여러 가지 본질적 내용들을 지나치게 간과하지 않았나 하는 생각이 들기도 한다.

학습 대책

이번 시험 정도 난이도라면 "원리에 대한 정확한 이해와 깊은 사고력"은 교육 현실에서 통하지 않는 선생들만의 이야기가 될 가능성이 클 것이다.

그러나 이러한 난이도가 9월 모의평가, 대수능에도 계속 유지될 것으로 보이지는 않는다. 지나친 낙관속에서 깊은 이해 없이 반복적인 문제 풀이에만 매달리다가 9월 모의평가, 대수능에 사고력을 요구하는 참신하고 대담한 문제를 만났을 때 당황하지 않도록 수학적 개념에 대해 그 유도 과정과 확장 과정에 대해 충실히 학습해서 어려운 시험에도 대비해야 할 것이다.

해 설

01 | $4\times 8^{\frac{1}{3}}=2^2\times(2^3)^{\frac{1}{3}}=2^{2+1}=8$

02 | $2A+B=2\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&0\\1&-1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}2&4\\2&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&0\\1&-1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}4&4\\3&-1\end{pmatrix}$

$\therefore\ 4+4+3-1=10$

03 | $\lim_{n\to\infty}\frac{3n}{2n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{3}{2+\frac{1}{n}}=\frac{3}{2}$

04 | 구하는 행렬의 성분 중 1이 되는 것은 꼭짓점과 꼭짓점을 연결하는 변이 한 개 있으면 1이고, 없으면 0이므로 변의 개수의 두 배이다. 따라서, 성분이 1인 개수는 10이다.

05 | $\lim_{x\to 0}\frac{x^2+ax}{x}=4$에서 $\lim_{x\to 0}(x+a)=4$

$\therefore\ a=4$

06 | $\{a_n\}$이 공차가 6인 등차수열이므로

$a_n=a_1+(n-1)6$

$|a_1+6-3|=|a_1+12-3|$

$|a_1+3|=|a_1+9|$

$\therefore\ a_1=-6$

$\therefore\ a_n=-6+(n-1)\cdot 6,\ a_n=6n-12$

$\therefore\ a_5=18$

07 | $\lim_{x\to -1-0}f(x)=1,\ \lim_{x\to 1+0}f(x)=1$

$\therefore\ \lim_{x\to -1-0}f(x)+\lim_{x\to 1+0}f(x)=2$

08 | 등비중항에서

$a_2\times a_4=a_3^2$

$a_1\times a_5=a_3^2$

$\therefore\ a_1\times a_2\times a_4\times a_5=a_3^4$

$=(\sqrt{5})^4$

$=25$

09 | $A=\begin{pmatrix}1&a\\0&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&0\\b&1\end{pmatrix}$에서

ㄱ. $A-B=\begin{pmatrix}0&a\\-b&0\end{pmatrix}$

$(A-B)^2=\begin{pmatrix}-ab&0\\0&-ab\end{pmatrix}=-abE$ ∴ (거짓)

ㄴ. $A^{-1}=\begin{pmatrix}1&-a\\0&1\end{pmatrix}$

$2E-A=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&a\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-a\\0&1\end{pmatrix}$

$\therefore\ A^{-1}=2E-A$ ∴ (참)

ㄷ. $A+A^{-1}=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$

$B+B^{-1}=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$

$\therefore\ A+A^{-1}=B+B^{-1}$ ∴ (참)

따라서, 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

10 | 주어진 식으로부터 $a_2=\sum_{k=1}^{1}2^{1-k}a_k=2^0a_1=\boxed{1}$

$a_{n+2}=\sum_{k=1}^{n+1}2^{n+1-k}a_k$

$$= \sum_{k=1}^{n} 2^{n+1-k} a_k + a_{n+1}$$

$$= \boxed{2} \sum_{k=1}^{n} 2^{n-k} a_k + a_{n+1}$$

$$= \boxed{3} a_{n+1}$$

따라서, $a_1 = 1$이고, $n \geq 2$일 때,

$$a_n = (\boxed{3})^{n-2}$$

$\therefore\ p = 1,\ q = 2,\ r = 3 \quad \therefore\ p+q+r = 6$

11 | ⅰ) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{f(x)-2}{x^2-1} = 3$에서

$x \to 1$일 때 (분모) $\to 0$이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\to 0$, 즉, $\lim\limits_{x\to1}\{f(x)-2\} = 0$

$f(x)$는 다항함수이므로 모든 실수에서 연속

$\therefore\ f(1) = 2$

ⅱ) $f(1) = 2$이므로 주어진 식은

$$\lim_{x\to1} \frac{f(x)-f(1)}{x^2-1} = 3$$

$$\lim_{x\to1} \left\{ \frac{f(x)-f(1)}{x-1} \cdot \frac{1}{x+1} \right\} = 3$$

$$\therefore\ f'(1) \cdot \frac{1}{2} = 3$$

$$\therefore\ f'(1) = 6$$

$$\therefore\ \frac{f'(1)}{f(1)} = \frac{6}{2} = 3$$

12 | $c_n = \dfrac{1}{99} \times 1.004^n\ (n = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$

$\therefore\ c_n \geq \dfrac{1}{9}$에서 $\dfrac{1}{99} \times 1.004^n \geq \dfrac{1}{9}$

$\therefore\ 1.004^n \geq 11$

$\therefore\ n \geq \dfrac{\log 11}{\log 1.004} = \dfrac{1.0414}{0.0017} = 612.\times\times\times$

따라서, 자연수 n의 최솟값은 613이다.

13 | $y = \log_2(ax+b)$가 $(-1,\ 0)$, $(0,\ 2)$를 지나므로 식에 대입하면

$0 = \log_2(-a+b)$, $2 = \log_2 b$

이고 연립하여 풀면

$a = 3$, $b = 4$

$\therefore\ a+b = 3+4 = 7$

14 | ⅰ) $a_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$이고, $b_n - b_{n-1} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

(단, $b_0 = 0$이라 하자)이므로 네 점 $(0,\ b_n)$, $(0,\ b_{n-1})$, $(a_n,\ b_{n-1})$, $(a_n,\ b_n)$을 꼭짓점으로 하는 사각형을 R_n이라하면 R_n은 정사각형이다. 정사각형 R_n의 한 변의 길이는 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$이므로 두 정사각형 R_n과 R_{n+1}의 닮음비는 $1 : \dfrac{1}{2}$이다.

ⅱ) (P_1의 넓이)$= \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2} \cdot 1\right) = \dfrac{\pi-1}{4}$

주어진 조건에 의하여 P_n은 정사각형 R_n 내부의 도형이고 서로 닮음꼴이다. ⅰ)에 의하여 P_n과 P_{n+1}의 닮음비는 $1 : \dfrac{1}{2}$이다.

$\therefore\ P_n$과 P_{n-1}의 넓이의 비는 $1 : \dfrac{1}{4}$이다.

$$\therefore\ \sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{2 \times \frac{\pi-1}{4}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{2}{3}(\pi-1)$$

15 | $f(x)$가 실수 전체에서 증가하므로

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + 2a \geq 0$

$\therefore\ D/4 = a^2 - 6a \leq 0$, $0 \leq a \leq 6$

$\therefore\ M = 6$, $m = 0$

$\therefore\ M - m = 6$

16 | 부등식 $\log_2 x^2 - \log_2|x| \leq 3$에서

$x^2 > 0,\ |x| > 0$이므로 $x \neq 0$

식을 변형하면

$2\log_2|x| - \log_2|x| \leq 3$

$\log_2|x| \leq 3$, $|x| \leq 8$

$-8 \leq x \leq 8$이고, $x \neq 0$이므로

정수 x의 개수는 16개이다.

17 | ⅰ) 주어진 조건에 의하여

A_{2n-1}은 직선 $x+y=2$ 위의 점이고

A_{2n}은 직선 $x+y=5$ 위의 점이다.

$(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

또한, A_{2n-1}의 x좌표는 n,

A_{2n}의 x좌표는 $n+2$이다.

ii) 점 $(7, -2)$는 $x+y=5$ 위의 점이므로

$n+2=7 \quad \therefore n=5$

$\therefore (7, -2)$는 $A_{2\times 5}=A_{10}$의 좌표이다.

$\therefore k=10$

점 $(9, -7)$은 $x+y=2$ 위의 점이므로

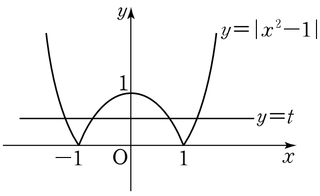
$n=9$

$\therefore (9, -7)$은 $A_{2\times 9-1}=A_{17}$의 좌표이다.

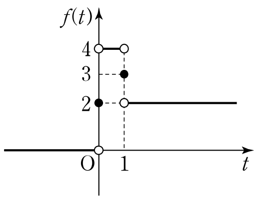
$\therefore l=17$

$\therefore k+l=10+17=27$

18 | $y=|x^2-1|$에서



위의 그림에서 t의 값에 따른 $f(t)$의 그래프를 그려보면



$\therefore \lim_{t\to 1-0} f(t)=4$

19 | $h(x)$의 증감표를 그려보자.

$h'(x)=f'(x)-g'(x)$

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$h'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	↗	극대 (0)	↘	극소	↗

ㄱ. $0<x<2$에서 $h'(x)<0$이므로

$h(x)$는 감소한다. $\therefore$ (참)

ㄴ. $h(x)$는 위 증감표에서 $x=2$에서 극솟값을 갖는 것을 알 수 있다. $\therefore$ (참)

ㄷ. $h(x)$는 중근과 실근 한 개를 가지므로 서로 다른 실근의 개수는 두 개이다. $\therefore$ (거짓)

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

20 | $\overline{\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_n}=3^n-2^n$

P_{n-1}에서 직선 $\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_n$까지의 거리는

$n-(n-1)=1$

$\therefore S_n=\dfrac{1}{2}(3^n-2^n)$

$$T_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}(3^k-2^k)$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{3(3^n-1)}{3-1}-\frac{2(2^n-1)}{2-1}\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{3}{2}(3^n-1)-2(2^n-1)\right\}$$

$$=\frac{1}{4}(3^{n+1}-3-2^{n+2}+4)$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{T_n}{3^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{4}\cdot\frac{3^{n+1}-2^{n+2}+1}{3^n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{4}\cdot\left\{3-4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^n+\frac{1}{3^n}\right\}$$

$$=\frac{3}{4}$$

21 | 문제의 그림에서 정사각형 EFGH의 두 대각선의 교점을 (t, t^2)이라 하면

$\mathrm{E}\left(t-\dfrac{1}{2}, t^2+\dfrac{1}{2}\right)$

이때 $\mathrm{C}\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$이므로 공통부분의 넓이를 $S(t)$라고 하면

$S(t)=(1-t)\times t^2=-t^3+t^2$

$S'(t)=-3t^2+2t=-t(3t-2)$

$t\ge 0$에서만 따져보면 되므로

$S(t)$는 $t=\dfrac{2}{3}$일 때 극대이며 최대가 된다.

따라서, 공통부분의 넓이의 최댓값은

$S\left(\dfrac{2}{3}\right)=\left(1-\dfrac{2}{3}\right)\times\dfrac{4}{9}=\dfrac{4}{27}$

22 | $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x^2+ax+1}=\frac{2}{1+a+1}=\frac{1}{9}$

$\therefore\ a+2=18,\ a=16$

23 | 수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$a_4-a_2=4$에서 $2d=4 \quad \therefore\ d=2$

$$\therefore\ a_n=2+(n-1)\cdot 2$$
$$=2n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

$$\therefore\ \sum_{k=11}^{20}a_k=\sum_{k=1}^{20}a_k-\sum_{k=1}^{10}a_k$$
$$=\sum_{k=1}^{20}2k-\sum_{k=1}^{10}2k$$
$$=2\cdot\frac{20\cdot 21}{2}-2\cdot\frac{10\cdot 11}{2}$$
$$=310$$

24 | $f(x)=x^2+3x$에서

$f'(x)=2x+3$

$\therefore\ f(2)+f'(2)=10+7=17$

25 | $\displaystyle\sum_{k=1}^{14}\frac{1}{k(k+1)}$

$$=\sum_{k=1}^{14}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$$
$$=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{14}-\frac{1}{15}\right)$$
$$=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$$

$\therefore\ p+q=29$

26 | $\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & a\end{pmatrix}A^{-1}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}=-E$

양변의 우측에 A를 곱하면 $\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & a\end{pmatrix}=-A$

$$\therefore\ A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ -1 & -a\end{pmatrix}$$

$A\begin{pmatrix}3\\ 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b\\ 3\end{pmatrix}$에서

$$\begin{pmatrix}-2 & 1\\ -1 & -a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b\\ 3\end{pmatrix}$$

$$\therefore\ \begin{cases}(-2)\cdot 3+1\cdot 2=b\\ (-1)\cdot 3+(-a)\cdot 2=3\end{cases}$$

$\therefore\ a=-3,\ b=-4$

$\therefore\ ab=12$

27 | $y=x^3-x^2+a$에서

$y'=3x^2-2x,\ y'_{x=1}=1$

이 때, $(1,\ a)$에서의 접선의 방정식은

$y=1\cdot(x-1)+a,\ y=x+a-1 \quad \cdots\cdots$ ㉠

㉠이 $(0,\ 12)$를 지나므로

$12=a-1 \quad \therefore\ a=13$

28 | $2x+y=4^n \cdots$ ㉠

$x-2y=2^n \cdots$ ㉡

㉠$\times 2+$㉡에서

$5x=2\cdot 4^n+2^n$

$$\therefore\ a_n=\frac{2\cdot 4^n+2^n}{5}$$

$$y=4^n-2\cdot\frac{2\cdot 4^n+2^n}{5}$$
$$=\frac{5\cdot 4^n-4\cdot 4^n-2\cdot 2^n}{5}$$

$$\therefore\ b_n=\frac{4^n-2\cdot 2^n}{5}$$

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{4^n-2\cdot 2^n}{5}}{\dfrac{2\cdot 4^n+2^n}{5}}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{4^n-2\cdot 2^n}{2\cdot 4^n+2^n}$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1-2\cdot\left(\dfrac{2}{4}\right)^n}{2+\left(\dfrac{2}{4}\right)^n}$$
$$=\frac{1}{2}$$

$$\therefore\ p=\frac{1}{2}$$

$\therefore\ 60p=30$

29 | 주어진 연립방정식의 해가 무수히 많으므로

행렬 $\begin{pmatrix}k+3 & 5\\ -1 & k-3\end{pmatrix}$의 역행렬은 존재하지 않는다.

$\therefore\ (k+3)(k-3)-5\cdot(-1)=0$

$\therefore\ k=2$ 또는 -2

i) $k=2$일 때 주어진 연립방정식은

$$\begin{pmatrix}5 & 5\\ -1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\ -2\end{pmatrix}$$

즉, $\begin{cases} x+y=2 \\ x+y=2 \end{cases}$ 가 되어 무수히 많은 해를 갖는다.

이 해들이 나타내는 도형의 방정식은

$x+y-2=0$

ii) $k=-2$일 때 주어진 연립방정식은

$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 10 \\ -2 \end{pmatrix}$

즉, $\begin{cases} x+5y=10 \\ x+5y=2 \end{cases}$ 가 되어 해를 갖는 않는다.

i), ii)로부터, 주어진 연립방정식의 해가 무수히 많은 k의 값은 2이고

이 해들이 나타내는 도형의 방정식은

$x+y-2=0$이다.

$\therefore\ a=1,\ b=1 \quad \therefore\ 10a+b=11$

30 | $\{k \mid k\in S$이고 $\log_2 n-\log_2 k$는 정수$\}$

$\Leftrightarrow \{k \mid k\in S,\ \log_2\dfrac{n}{k}=-p(p$는 정수$)\}$

$\Leftrightarrow \{k \mid k\in S,\ k=n\cdot 2^p(p$는 정수$)\}$이다.

i) $n\le 50$일 때,

$n\in S,\ 2n\in S$이므로 $f(n)\ge 2$

ii) $n>50$일 때,

㉠ $n=2l$(l은 정수)

$n\in S,\ \dfrac{n}{2}=l\in S$이므로 $f(n)\ge 2$

㉡ $n=2l+1$(l은 정수)

$n\in S,\ n\cdot 2^p\notin S$이므로 $f(n)=1$

따라서, 조건을 만족시키는 n은

$51,\ 53,\ 55,\ \cdots,\ 99$로써 25(개)이다.

Memo