

11. 다항함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 에 대하여

$$f(x) = 3x^2 + \int_{-1}^1 \{f(t) + g(t)\} dt$$

$$g(x) = -2x + \int_{-1}^1 \{f(t) - g(t)\} dt$$

가 성립할 때,  $f(1) + 2g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -4      ② -3      ③ -2      ④ -1      ⑤ 0

12. 다음은 2 이상의 모든 자연수  $n$ 에 대하여 부등식

$$\sum_{k=1}^n \left( \frac{4}{2k-1} - \frac{2}{k} \right) < 3 - \frac{1}{n} \quad \dots \textcircled{㉠}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i)  $n=2$ 일 때

$$(\text{좌변}) = \boxed{\text{(가)}} , (\text{우변}) = \frac{5}{2}$$

이므로  $\textcircled{㉠}$ 이 성립한다.

(ii)  $n=a$  ( $a \geq 2$ )일 때  $\textcircled{㉠}$ 이 성립한다고 가정하고

$$\sum_{k=1}^a \left( \frac{4}{2k-1} - \frac{2}{k} \right) < 3 - \frac{1}{a} \text{에서}$$

양변에  $\frac{1}{4}$ 을 곱하면

$$\sum_{k=1}^a \left( \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k} \right) < \frac{1}{4} \left( 3 - \frac{1}{a} \right) \quad \dots \textcircled{㉡}$$

이므로 양변에  $\boxed{\text{(나)}}$ 를 더하면

$$\sum_{k=1}^a \left( \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k} \right) + \boxed{\text{(나)}}$$

$$< \frac{1}{4} \left( 3 - \frac{1}{a} \right) + \boxed{\text{(나)}}$$

$$< \frac{1}{4} \left( 3 - \frac{1}{a} \right) + \boxed{\text{(다)}}$$

$$= \frac{1}{4} \left( 3 - \frac{1}{a+1} \right)$$

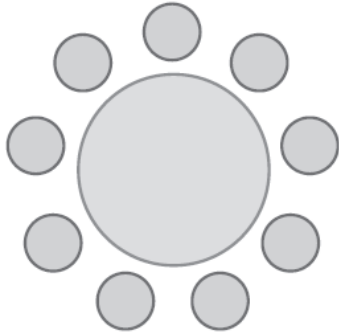
따라서  $n=a+1$ 일 때도  $\textcircled{㉡}$ 이 성립한다.

그러므로 2 이상의 모든 자연수  $n$ 에 대하여 부등식  $\textcircled{㉠}$ 이 성립한다.

위의 증명에서 (가)에 알맞은 수를  $p$ , (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(a)$ ,  $g(a)$ 라 할 때,  $p \times \{f(3) + g(2)\}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{7}{12}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{11}{24}$       ④  $\frac{5}{36}$       ⑤  $\frac{1}{9}$

27. 그림과 같이 9개의 자리가 있는 원탁에 부부 세 쌍이 둘러앉으려고 한다. 부부끼리는 이웃하고 다른 부부 사이에는 빈자리를 두고 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 12    ② 14    ③ 16    ④ 18    ⑤ 20

28. 집합  $A = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 5, x, y \text{는 정수}\}$ 의 원소 중에서 임의로 한 원소를 선택하여 좌표평면 위에 나타낸 점을  $P$ 라 하자. 원점  $O$ 에 대하여  $n-1 \leq \overline{OP} < n$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 을 확률변수  $X$ 라 할 때,  $E(36X)$ 의 값은? [4점]

- ① 144    ② 169    ③ 196    ④ 225    ⑤ 256

25.  $\overline{AB} = \overline{DC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle B = \beta$ 라

하자.  $\tan(\alpha - \beta) = -\frac{4}{3}$ 일 때,  $\sec^2 \alpha$ 의 값은?

(단,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  이다.) [3점]

- ①  $\frac{6}{5}$       ②  $\frac{5}{4}$       ③  $\frac{4}{3}$       ④  $\frac{3}{2}$       ⑤ 2

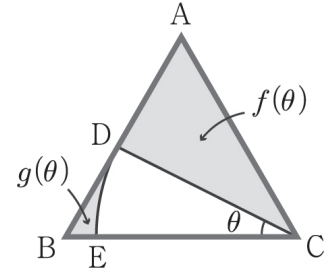
26. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC에서 변

AB 위의 한 점 D가 있다. 중심이 C이고 반지름의 길이가  $\overline{CD}$ 인

원과 선분 BC가 만나는 점을 E라 하자.  $\angle DCE = \theta$ 라 할 때,

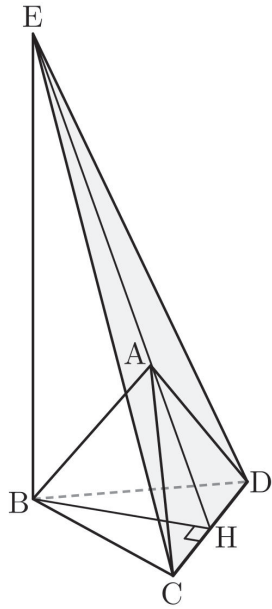
삼각형 ACD의 넓이를  $f(\theta)$ 라 하고 선분 BD, BE와 호 DE로

둘러싸인 부분의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \left\{ f(\theta) - \frac{g(\theta)}{\theta} \right\}$ 의 값은? [3점]



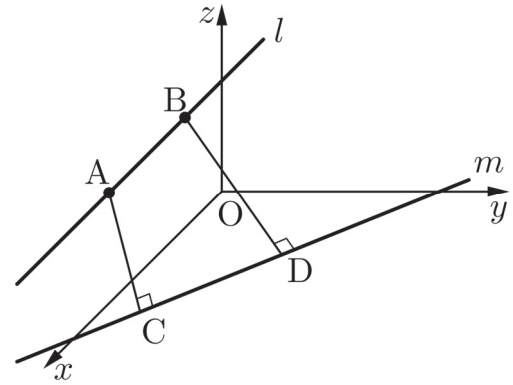
- ①  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       ②  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       ③  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ④  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ⑤ 1

27. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정사면체 ABCD가 있다. 점 B에서 선분 CD에 내린 수선의 발을 H라 하고, 점 B를 지나고 평면 BCD에 수직인 직선과 직선 AH가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 ECD의 넓이는? [3점]



- ①  $2\sqrt{3}$     ②  $3\sqrt{3}$     ③  $4\sqrt{3}$     ④  $5\sqrt{3}$     ⑤  $6\sqrt{3}$

28. 그림과 같이 좌표공간에  $zx$ 평면에 포함되고  $x$ 축과 평행한 직선  $l$ 과  $xy$ 평면에 포함되는 직선  $m$ 이 있다. 직선  $l$  위의  $z$ 좌표가  $a(a > 0)$ 인 두 점 A, B에서 직선  $m$ 에 내린 수선의 발을 각각 C, D이라 하고 두 직선 AC, BD가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $\overline{AC} = \sqrt{2}$ ,  $\overline{BD} = \sqrt{6}$ 이고  $\sin\theta = \frac{1}{2}$ 일 때,  $a$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ② 1    ③  $\frac{\sqrt{6}}{2}$     ④  $\sqrt{2}$     ⑤ 2