2014학년도 멸공 대학수학능력시험 모의평가 문제지 2회

제 2 교시

수리 영역 (가형)

성명		수험 번호					—				

○ 자신이 선택한 유형('가' 형/ '나' 형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

---

1. $2^{-1}\times(\log_2 4+\log_9 3)$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

2. 행렬 $A=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 3 & -4\end{pmatrix}$에 대해 $A^{-1}=\begin{pmatrix}-4 & 3\\ a & b\end{pmatrix}$이다. $a+b$의 값은? [2점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. 좌표공간위의 세 점 $A(1,3,5)$, $B(9,7,1)$ $C(3,a,4)$가 모두 한 직선 위에 있을 때, 실수 a의 값은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. $\lim_{x\to 0}\frac{x(\sin x-\sin 2x)}{1-\cos x}$ 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 좌표평면위의 점 $(1,\ a)$를 지나는 직선이 쌍곡선 $\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{3}=1$와 접한다. 이 직선의 기울기가 1일 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\cos 2\theta=\frac{1}{3}$일 때, $\sec\theta\tan\theta$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$) [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$
④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

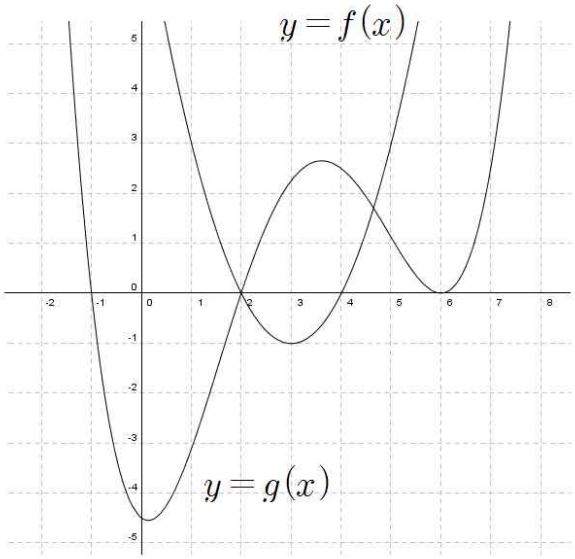
7. 함수 $f(x)=\frac{e^x+x^2-1}{x+1}$에 대해 $f'(1)$의 값은? [3점]

① $e+2$ ② $\frac{e+2}{2}$ ③ $\frac{e+4}{2}$
④ $\frac{e+2}{4}$ ⑤ $\frac{e+4}{4}$

8. 실수 a에 대해 행렬 $\begin{pmatrix} a+2 & 3a-2 \\ 2 & a \end{pmatrix}$가 나타내는 일차변환 f가 좌표평면 위의 모든 점을 하나의 직선 위로 이동시킬 때, 점 $(1,\ -2)$가 일차변환 f에 의해 이동되는 점의 좌표는? [3점]

① $(-2,\ 4)$ ② $(-2,\ -4)$ ③ $(-4,\ -2)$
④ $(-4,\ 2)$ ⑤ $(4,\ -2)$

9. 이차함수 $f(x)$의 그래프와 사차함수 $g(x)$의 그래프가 아래와 같다. 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대해 방정식 $g(x)-\frac{g(x)}{f(x)}=0$의 서로 다른 모든 실근의 합은? [3점]



① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

10. 자연수의 집합을 정의역으로 하는 함수 $n(x)$에 대해 $n(x)=$'x의 모든 자리수의 값의 합' 으로 정의한다. 예를 들어 $n(35)=8$, $n(230)=5$이다. $\log x$의 지표를 $f(x)$, 가수를 $g(x)$라 할 때, 자연수의 집합을 정의역으로 하는 세 함수 $n(x)$, $f(x)$, $g(x)$ 와 서로 다른 두 자연수 a, b에 대해 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $f(x)=3$ 일 때, $n(x)$의 최댓값은 36이다.
ㄴ. $f(a)=f(b)$, $g(a)<g(b)$ 이면 $n(a)<n(b)$ 이다.
ㄷ. $g(a)=g(b)$ 이면 $n(a)=n(b)$ 이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

11. 대형 할인점 A를 방문하는 고객 1인이 구입하는 상품의 총 액수는 평균이 5만원, 표준편차가 1만원인 정규분포를 따른다. 100명의 고객이 이 대형 할인점을 방문했을 때, 이 고객들이 구입한 상품의 총 액수가 490만원 이상 520만원 이하가 될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

① 0.42 ② 0.52 ③ 0.62 ④ 0.72 ⑤ 0.82

12. 두 이차정사각행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$과 자연수 n에 대해 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $A^n+(A^{-1})^n=2E$

ㄴ. $A^n+A^{n+2}=2A^{n+1}$

ㄷ. $B^n+B^{n+1}=B^{n+2}$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 공장의 생산라인 A에서 생산된 부품 P가 불량품일 확률은 0.01이고, 생산라인 B에서 생산된 부품 P가 불량품일 확률은 0.03이다. 부품 P의 70%는 생산라인 A에서 생산되고, 나머지 30%는 생산라인 B에서 생산된다. 이 공장에서 생산된 부품 P중 하나를 선택한 것이 불량품일 때, 이 부품 P가 생산라인 B에서 생산되었을 확률은? [3점]

① $\frac{7}{16}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{9}{16}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{11}{16}$

14. 다음은 수열 a_n이

$a_1=2$, $na_{n+1}=(n+1)a_n-\frac{2n+1}{n^2+n}$ 를 만족할 때 수열 a_n의 일반항을 구하는 과정이다.

$na_{n+1}=(n+1)a_n-\frac{2n+1}{n^2+n}$ 의 양변을 n으로 나누면

$$a_{n+1}=\frac{n+1}{n}a_n-\frac{2n+1}{n^3+n^2}$$

$$=\frac{n+1}{n}a_n+\frac{1}{n+1}+\boxed{\text{(가)}}$$

$a_{n+1}-\frac{1}{n+1}=\frac{n+1}{n}(a_n-\frac{1}{n})$ 이므로

$(a_2-\frac{1}{2})(a_3-\frac{1}{3})(a_4-\frac{1}{4})\cdots(a_n-\frac{1}{n})$

$=n(a_1-1)(a_2-\frac{1}{2})\cdots(a_{n-1}-\frac{1}{n-1})$ 이고,

양변을 $(a_2-\frac{1}{2})(a_3-\frac{1}{3})\cdots(a_{n-1}-\frac{1}{n-1})$

로 나눈 후 식을 정리하면

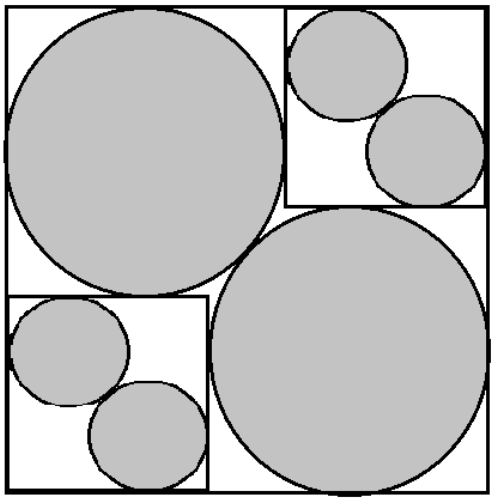
$a_n=$ $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 과정에서 빈 칸 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$, 빈 칸 (나)에 알맞은 식을 $g(n)$이라 하자. $f(2)g(3)$의 값은? [4점]

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{7}{2}$

④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ $-\frac{11}{2}$

15. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 내부에 정사각형의 두 변에 접하고, 서로 외접하는 동일한 두 원을 그린다. 이 두 원에 동시에 접하고 두 원을 둘러싸고 있는 정사각형의 두 변의 일부를 변으로 하는 동일한 정사각형 2개를 그린다. 이 정사각형의 내부에 위와 같은 방법으로 두 원을 그린 후 두 원에 동시에 접하는 정사각형 2개를 그린다. 이와 같은 방법으로 무수히 많은 원과 정사각형을 그려 나갈 때 모든 원들의 넓이의 합을 S라 하자. $\frac{S}{\pi}$의 값은? [4점]



① $\frac{2\sqrt{2}-1}{7}$ ② $\frac{2\sqrt{2}+1}{7}$ ③ $\frac{2\sqrt{2}-2}{7}$
④ $\frac{2\sqrt{2}+2}{7}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}-4}{7}$

16. 자연수 k에 대해 행렬 A가 나타내는 일차변환 f에 의해 점 A_k가 이동된 점을 A_{k+1}이라 하자. 일차변환 f와 점 $A_1(1, 2)$에 대해 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$일 때, $A_1=A_5$이다.

ㄴ. $A=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$일 때,
$\overline{A_1A_2}+\overline{A_2A_3}=\overline{A_1A_4}$ 이다.

ㄷ. $A=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$일 때,
$\sum_{k=1}^{4}\overline{A_kA_{k+1}}=4\sqrt{5}$ 이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 곡선 $f(x)=x^2-4x+5$ 위의 점 $A_k(k,\ f(k))$에 대해 선분 $\overline{A_{k-1}A_k}$와 곡선 $f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_k라 하자. $\sum_{k=1}^{10}S_k$의 값은? [4점]

① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

18. 미분 가능한 함수 $f(x)$에 대해 $f(x)+\int_0^x f(t)dt=1$이 성립할 때 함수 $f(x)$와 실수 $a,\ b$에 대해 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $f(x)>0$) [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(x)+f'(x)=0$

ㄴ. $\frac{d}{dx}lnf(x)=-1$

ㄷ. $f(a)f(b)=f(a+b)$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 좌표공간위의 한 점 $A(1,\ 1,\ 2)$가 있다. 원점 O와 구 $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$ 위의 임의의 한 점 P에 대해 내적 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$의 최댓값은? [4점]

① $1+\sqrt{6}$ ② $2+\sqrt{6}$ ③ $3+\sqrt{6}$
④ $4+\sqrt{6}$ ⑤ $5+\sqrt{6}$

20. 원점을 출발한 좌표평면 위의 점 $A(x,\ y)$의 출발 t초 후의 속도벡터가 $(3t^2-8t+3,\ 4t-a)$이다. 점 A가 제 3사분면을 지나도록 하기 위한 자연수 a의 최솟값은? [4점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

21. 모든 실수에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^4-x^3-3x^2 & (x \le a,\ x \ge b) \\ -x-2 & (a<x<b) \end{cases}$$

가 연속이 되도록 하는 서로 다른 두 실수 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수는? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

단답형

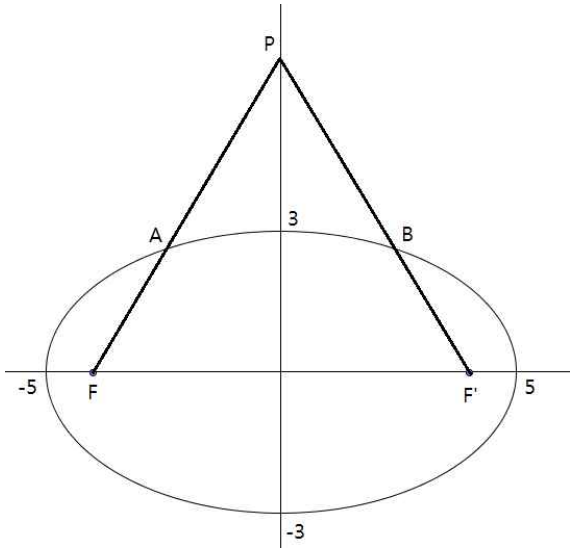
22. 다항식 $(x^2+\frac{2}{x})^6$을 전개하였을 때, x^6의 계수를 구하시오. [3점]

23. 등차수열 a_n이 $a_3-a_4+4=a_6-a_5$ 을 만족한다. a_9-a_1의 값을 구하시오. [3점]

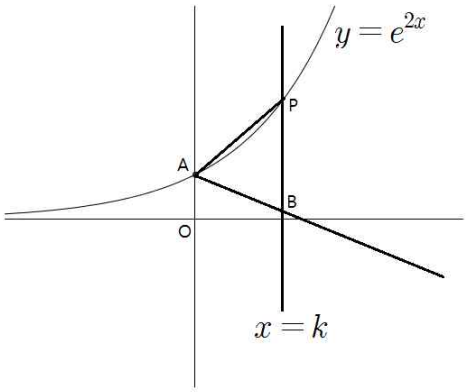
24. 좌표공간위의 두 점 $A(2,\ 4,\ -1)$, $B(1,\ 0,\ -2)$ 에 대해 선분 $\overline{AB}$의 평면 $x+2z=8$ 위로의 정사영의 길이를 $\frac{q}{p}\sqrt{5}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

25. 곡선 $y=\sqrt{x^2+6}$과 두 직선 $x=-3$, $x=3$ 및 x축으로 둘러싸인 부분을 x축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피를 $a\pi$라 하자. a의 값을 구하시오. [3점]

26. 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$의 두 초점을 각각 F, F'라 하자. 타원의 두 초점을 이은 선분 $\overline{FF'}$를 한 변으로 하는 정삼각형 PFF'가 이 타원과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때 사각형 $ABF'F$의 둘레의 길이를 구하시오. [3점]



27. 양수 k에 대하여 함수 $y=e^{2x}$와 직선 $x=k$의 교점을 P라 하자. 원점 O와 점 $A(0,1)$에 대해 $\angle OAP$를 이등분하는 직선이 직선 $x=k$와 만나는 점을 B라 하자. 삼각형 APB의 넓이를 $S(k)$라 할 때, $\lim_{k\to+0}\frac{S(k)}{k^2}=a$ 이다. $100a^2$의 값을 구하시오. [4점]



28. 아래 그림과 같은 64개의 칸에 불이 꺼져 있는 전구가 1개씩 들어 있다. 제 1행과 제 1열의 모든 전구 중 불이 꺼진 전구는 불을 켜고, 불이 켜진 전구는 불을 끈 뒤 불이 켜진 전구의 총 개수를 a_1라 하자. 이 상태에서 제 2행과 제 2열의 모든 전구 중 불이 꺼진 전구는 불을 켜고, 불이 켜진 전구는 불을 끈 뒤 불이 켜진 전구의 총 개수를 a_2라 하자. 위와 같은 방법으로 $n\le 8$인 수열 a_n을 정의할 때, $\sum_{k=1}^{8}a_k$의 값을 구하시오. [4점]

	1	2	3	4	5	6	7	8 (열)
1	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼
2	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼
3	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼
4	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼
5	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼
6	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼
7	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼
8	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼	☼
(행)								

29. 수직선 위의 점 P를 다음 규칙에 따라 이동시킨다.

(가) 동전을 던져 앞면이 위를 향하는 경우 점 P를 $+1$만큼 이동시킨다.
(나) 동전을 던져 뒷면이 위를 향하는 경우 점 P를 -1만큼 이동시킨다. 단, 점 P가 원점에 있는 경우 이동시키지 않고 그대로 둔다.

위의 규칙에 따라 동전을 3회 던져 원점에 있는 점 P를 이동시킬 때, 점 P의 이동 후의 위치를 확률변수 X라 하자. X의 평균 $E(X)$에 대해 $100E(X)$의 값을 구하시오. [4점]

30. 미분가능한 함수 $f(x)$에 대해 $g(x)=xf(x)$이다. $g(x)$의 역함수를 $h(x)$라 할 때, $h(2)=3$, $h'(2)=\frac{1}{3}$이다. $f'(3)=\frac{q}{p}$일 때 $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]