제 2 교시

2019학년도 대학수학능력시험 모의평가 2회 문제지

수학 영역
(나형)

성명	

수험번호								

○ 자신이 선택한 유형('가'형 / '나'형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

기다림의 끝에는 언제나 빛이 있으니까

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형('가'형 / '나'형), 답을 정확히 표기하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

2018년 11월 4일 시행

Epsilon 모의고사 2회 (나형)

출제위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

14학번 : 임현우

16학번 : 김민지

17학번 : 김국연, 김도훈, 김동규, 김정빈, 문혁준
박승용, 석진우, 조영호

18학번 : 권세은, 김성찬, 김윤태, 김종해, 안동우
이현준

편집위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon 편집위원회

17학번 : 김정빈, 석진우

18학번 : 권세은, 이현준

엡실론(Epsilon) 팀 혹은 엡실론(Epsilon) 모의고사에 관해 문의 사항이 있으신 경우 0426wnsl@gmail.com으로 연락주시기 바랍니다.

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(나 형)

성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. $5\times 9^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

2. 두 집합

$$A=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\},\qquad B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$$

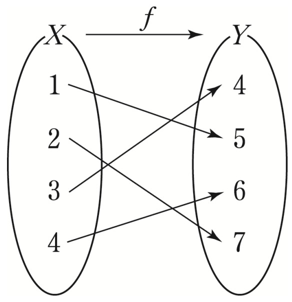
에 대하여 집합 $A\cap B$의 모든 원소의 합은? [2점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

3. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{2\times 3^n+1}{3^{n+1}+2^{n+1}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

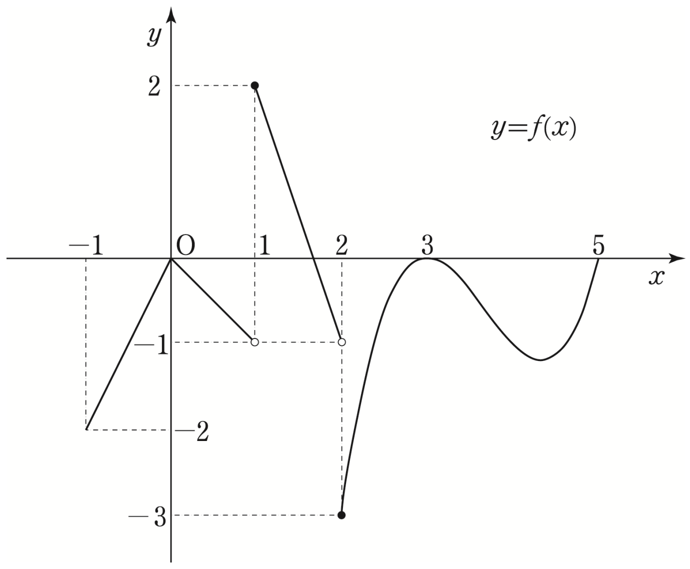
4. 그림은 함수 $f:X\to Y$를 나타낸 것이다.



$f(4)+f^{-1}(4)$의 값은? [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

5. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to1-} f(x) + \lim_{x\to2+} f(x)$의 값은? [3점]

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

6. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{4},\quad \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{1}{2}$$

일 때, $\mathrm{P}(B^C)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

7. 어느 백화점의 우수 고객 300명을 대상으로 목도리 A와 목도리 B에 대한 선호 여부를 조사한 결과는 다음과 같다.

(단위: 명)

목도리 B \ 목도리 A	선호함	선호하지 않음	합계
선호함	110	70	180
선호하지 않음	90	30	120
합계	200	100	300

이 백화점 우수 고객 중에서 임의로 선택한 1명이 목도리 A를 선호하는 고객일 때, 이 고객이 목도리 B를 <u>선호하지 않을</u> 확률은? [3점]

① $\frac{7}{20}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{9}{20}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{11}{20}$

8. 실수 x에 대한 두 조건 p, q가 다음과 같다.

$p : x^2 - 7x + 12 < 0$

$q : a \leq x \leq 6$

p가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 a의 개수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. $\int_0^2 (4x^3 - x + 3)\,dx$ 의 값은? [3점]

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

10. 자연수 16을 4 이상의 세 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

11. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{n}-\frac{5n^2-1}{n^2+1}\right)$이 수렴할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{2n+1}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$　② 1　③ $\frac{3}{2}$　④ 2　⑤ $\frac{5}{2}$

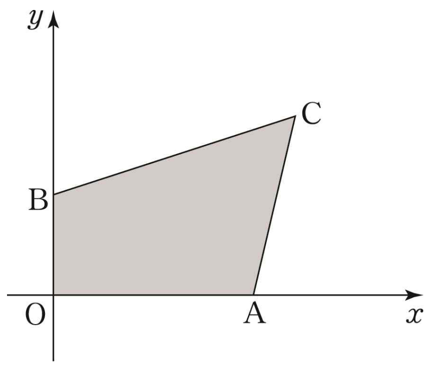
12. 곡선 $y=\frac{4x-12}{x-a}$ $(a\neq 3)$이 직선 $y=x+2$에 대하여 대칭일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 0　② 2　③ 4　④ 6　⑤ 8

13. 세 점 $\mathrm{A}(2,0)$, $\mathrm{B}(0,1)$, $\mathrm{C}\left(\log_2 \frac{16}{3}, a\right)$ $(a>0)$에 대하여 사각형 OACB의 넓이가 3일 때, a의 값은?

(단, O는 원점이다.) [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{1}{2}\log_2 10$ ③ $\frac{1}{2}\log_2 12$
④ $\frac{1}{2}\log_2 14$ ⑤ 2



14. 어느 공장에서 생산하는 시계 1개의 무게는 평균이 120g이고 표준편차가 1.6g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 시계 중 임의추출한 16개의 시계의 무게의 표본평균이 121g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
2.00	0.4772
2.25	0.4878
2.50	0.4938
2.75	0.4970

① 0.0228 ② 0.0198 ③ 0.0166 ④ 0.0122 ⑤ 0.0062

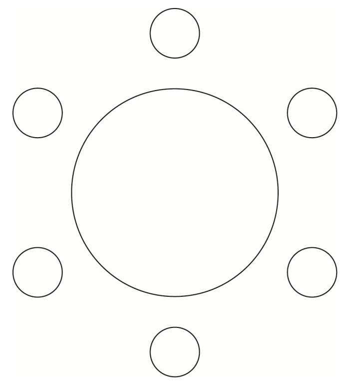
15. 등차수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{k=1}^{4} a_k = -\sum_{k=6}^{9} a_k = 20$$

을 만족시킬 때, $a_2 + a_6$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 남학생 4명과 여학생 4명 중 6명이 원형의 탁자에 그림과 같이 둘러 앉는다고 할 때, 같은 성별의 학생은 서로 이웃하지 않게 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



① 48 ② 96 ③ 144 ④ 192 ⑤ 240

17. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가

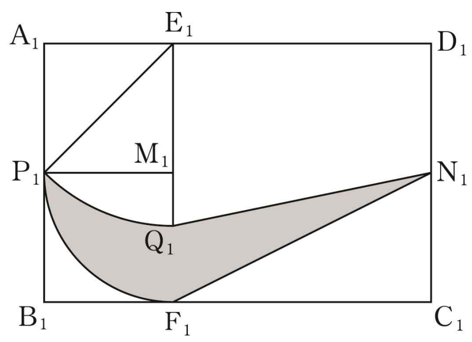
$$\lim_{x\to n}\frac{f(x)}{x-2}=f(n)\ \ (n=1,\ 2)$$

를 만족시킬 때, $f(5)$의 값은? [4점]

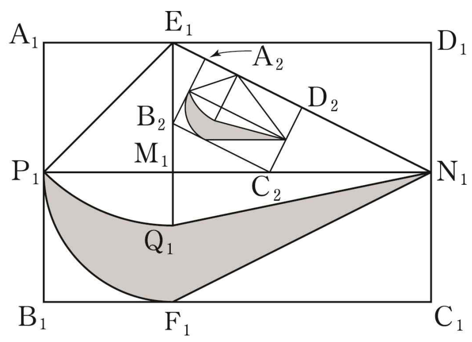
① 32 ② 36 ③ 40 ④ 44 ⑤ 48

18. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=2$, $\overline{A_1D_1}=3$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 선분 A_1D_1의 삼등분점 중 점 A_1에 가까운 점을 E_1, 선분 B_1C_1의 삼등분점 중 점 B_1에 가까운 점을 F_1이라 하고 선분 E_1F_1과 D_1C_1의 중점을 각각 M_1, N_1이라 하자. 중심이 M_1이고 반지름의 길이가 $\overline{M_1F_1}$인 원이 선분 A_1B_1과 만나는 점을 P_1, 중심이 E_1이고 반지름의 길이가 $\overline{E_1P_1}$인 원이 선분 E_1F_1과 만나는 점을 Q_1이라 하자.
직사각형 $A_1B_1C_1D_1$에 호 P_1F_1, 호 P_1Q_1, 선분 Q_1N_1, 선분 F_1N_1으로 둘러싸인  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 선분 E_1M_1 위의 점 B_2, 선분 M_1N_1 위의 점 C_2, 선분 E_1N_1 위의 두 점 A_2, D_2를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{A_2D_2}=2:3$인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은? [4점]

R_1



R_2



⋮ ⋮

① $\dfrac{32(5-2\sqrt{2})}{59}$ ② $\dfrac{18(5-2\sqrt{2})}{31}$ ③ $\dfrac{32(9-2\sqrt{2})}{59}$

④ $\dfrac{18(9-2\sqrt{2})}{31}$ ⑤ $\dfrac{8(9-2\sqrt{2})}{11}$

19. 자연수 n에 대하여 방정식 $x_1+x_2+x_3=n$과 $|x_k| \le n$ $(k=1,\ 2,\ 3)$을 만족시키는 정수 x_1, x_2, x_3의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3)의 개수를 a_n이라 하자. 다음은 $\sum_{n=1}^{5} a_n$의 값을 구하는 과정이다.

> $|x_k| \le n$이므로 $-n \le x_k \le n$이다. $(k=1,\ 2,\ 3)$
>
> (i) x_1, x_2, x_3가 전부 음이 아닌 정수인 경우
> 방정식 $x_1+x_2+x_3=n$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3)의 개수는 $\boxed{(가)}$이다.
>
> (ii) x_1, x_2, x_3 중 음의 정수가 1개인 경우
> $x_1=-t$ $(1 \le t \le n)$이라 하자.
> $x_2+x_3=n+t$이고, $0 \le x_2 \le n$, $0 \le x_3 \le n$이므로
> (x_2, x_3)의 순서쌍의 개수는 $\boxed{(나)}-t$이다.
> 따라서 x_1, x_2, x_3 중 음의 정수가 1개일 때,
> 방정식 $x_1+x_2+x_3=n$을 만족시키는 모든 순서쌍
> (x_1, x_2, x_3)의 개수는 $3 \times \sum_{t=1}^{n}\left(\boxed{(나)}-t\right)$이다.
>
> (iii) x_1, x_2, x_3 중 음의 정수가 2개 이상인 경우
> $x_1=-t_1$ $(1 \le t_1 \le n)$, $x_2=-t_2$ $(1 \le t_2 \le n)$
> 이라 하자. $n<n+t_1+t_2=x_3$이므로
> 이를 만족시키는 x_3는 존재하지 않는다.
> 따라서 x_1, x_2, x_3 중 음의 정수가 2개 이상일 때,
> 방정식 $x_1+x_2+x_3=n$을 만족시키는 순서쌍
> (x_1, x_2, x_3)는 존재하지 않는다.
>
> 따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여
> $$a_n=\boxed{(가)}+3\times\sum_{k=1}^{n}\left(\boxed{(나)}-k\right)$$
> 이므로
> $$\sum_{n=1}^{5}a_n=\boxed{(다)}$$
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 a라 할 때, $\dfrac{a}{f(4)+g(4)}$의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 $g(2)=0$을 만족시키는 다항함수 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{h(x)}{x}=4$, $\lim_{x\to 0}\dfrac{h(x)}{x}=0$
> (나) $\lim_{x\to 1}(x-1)^2h(x)=12$
> (다) $\lim_{x\to 2}h(x)$의 값이 존재한다.

$f(3)+g(3)$의 값은? [4점]

① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

21. 양수 a, 실수 b에 대하여 구간 $[0, 4)$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} x-2n+2 & (2n-2 \le x < 2n-1) \\ ax+b & (2n-1 \le x < 2n) \end{cases} \quad (n=1,\ 2)$$

가 있다. 함수 $g(x)=f(f(x))$는 구간 $[0, 4)$에서 정의되고, 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\lim_{x\to 4-} g(x)=4$
>
> (나) 함수 $g(x)$는 $x=\frac{3}{2}$에서 불연속이다.

$\lim_{x\to 2-} g(x)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은? [4점]

① $\frac{64}{25}$ ② $\frac{14}{5}$ ③ $\frac{76}{25}$ ④ $\frac{82}{25}$ ⑤ $\frac{88}{25}$

단답형

22. ${}_9\mathrm{P}_2$의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)=x^4-2x^3+7x$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하시오. [3점]

24. 전체집합 $U=\{x|x$는 6 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 $A=\{1,\ 2\}$와 B에 대하여

$$n(A^C \cup B)=5$$

를 만족시키는 모든 집합 B의 개수를 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x)=x^3-9x^2+15x+30$이 $x=a$에서 극댓값 M을 가질 때, $a+M$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

26. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가 양의 상수 a에 대하여

$$v(t) = -t^3+at^2$$

이다. 점 P가 출발한 후 운동 방향이 바뀔 때의 시각과 점 P가 출발한 후 원점을 다시 지날 때의 시각의 차가 8일 때, a의 값을 구하시오. [4점]

27. 한 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수만큼 한 개의 동전을 던진다. 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 때, 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 4일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 어느 공장에서 생산되는 아이스크림의 무게는 평균이 m, 표준편차가 σ $(\sigma>0)$인 정규분포를 따른다고 한다.
이 공장에서 생산된 아이스크림 9개를 임의추출하여 무게를 조사한 표본평균이 $\overline{x}_1$일 때, 모평균 m이
$\overline{x}_1-\sigma \le m \le \overline{x}_1+\sigma$를 만족시킬 확률을 p_1이라 하고,
이 공장에서 생산된 아이스크림 n개를 임의추출하여 무게를 조사한 표본평균이 $\overline{x}_2$일 때, 모평균 m이
$\overline{x}_2-\frac{\sigma}{2} \le m \le \overline{x}_2+\frac{\sigma}{2}$를 만족시킬 확률을 p_2라 하자.
$\frac{p_2}{p_1}=\frac{95}{99}$가 되도록 하는 자연수 n의 값을 구하시오.
(단, 무게의 단위는 g이며, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $\mathrm{P}(|Z|\le 2)=0.95$, $\mathrm{P}(|Z|\le 3)=0.99$로 계산한다.) [4점]

29. 최고차항의 계수가 음수인 일차함수 $f(x)$에 대하여 두 양의 실수 k_1, k_2 $(k_1 < k_2)$가

$$\int_0^{k_1} f(t)\,dt = -\int_0^{k_2} f(t)\,dt$$

를 만족시킨다. k_2의 최댓값을 M이라 할 때, $f(M) = -\int_0^M |f(t)|\,dt$이다.
$M = p + q\sqrt{2}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 유리수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \int_x^{x+2} \{|f(t)| - 1\}\,dt$$

라 하자. 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(0) = f(2) = 0$
> (나) 함수 $g(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수는 방정식 $g'(x) = 0$의 서로 다른 실근의 개수와 같다.
> (다) 모든 실수 x에 대하여 $g(x) \geq 0$이다.

$\{f(3)\}^2$의 최솟값을 구하시오. [4점]