

# 수학 영역 (나형)

성명

수험번호

- 자신이 선택한 유형('가'형 / '나'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

**그대 꿈꾸던 세상의 음악이 울릴 테니**

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형('가'형 / '나'형), 답을 정확히 표기하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.  
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

## 2018년 8월 26일 시행 Epsilon 모의고사 1회 (나형)

출제위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

14학번 : 서재현, 임현우

16학번 : 김민지

17학번 : 김국연, 김도훈, 김정빈, 문혁준, 박승용  
석진우, 조영호

18학번 : 김성찬, 김윤태, 안동우, 이현준

편집위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon 편집위원회

17학번 : 김정빈, 석진우

18학번 : 권세은, 이현준

검토위원 :

강현준 (성균관대학교 수학교육과 18)

김승하 (성균관대학교 수학교육과 18)

양준 (성균관대학교 수학교육과 18)

임한빈 (성균관대학교 수학교육과 18)

조민혁 (성균관대학교 수학교육과 18)

엡실론(Epsilon) 팀 혹은 엡실론(Epsilon) 모의고사에 관해 문의 사항이 있으신 경우 [0426wnsl@gmail.com](mailto:0426wnsl@gmail.com)으로 연락주시기 바랍니다.

제 2 교시

Epsilon

# 수학 영역(나형)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1.  $4^{\frac{3}{2}} \times 2^0$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 8      ⑤ 16

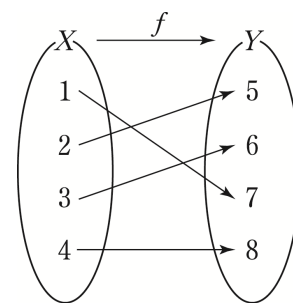
2. 두 집합  $A = \{1, 4, a\}$   $B = \{b-2, 4, 5\}$ 가  $A=B$ 를 만족시킬 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 실수이다.) [2점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + 3n + 1}{4n^2 - 1}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

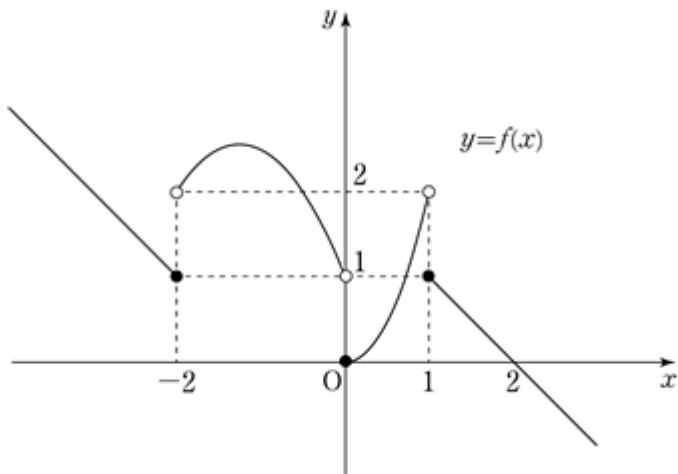
4. 그림은 함수  $f: X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



$f^{-1}(6)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$$

일 때,  $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{5}{8}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④  $\frac{7}{8}$       ⑤ 1

7. 성균관대학교 수학교육과 재학생 32명을 동아리 Epsilon의 가입여부와 성별에 따라 분류한 학생 수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	가입	미가입	합계
남성	8	12	20
여성	3	9	12
합계	11	21	32

32명의 학생 중에서 임의로 선택한 한 명이 남성일 때, 이 학생이 동아리 Epsilon에 가입한 학생일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{2}{5}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{7}{10}$       ⑤  $\frac{4}{5}$

8. 실수  $x$ 에 대한 두 조건  $p, q$ 가 다음과 같다.

$$p: x^2 + x < 12$$

$$q: |x| \leq a$$

$p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 자연수  $a$ 의 최댓값은?

[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{10} a_n = 4$ ,  $\sum_{n=1}^{10} a_n^2 = 5$ 이다.

$\sum_{n=1}^{10} a_n(a_n + k) = 13$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

10.  $\int_0^a (x^3 - 1) dx = a$ 를 만족시키는 양수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 2

11. 1보다 큰 두 실수  $a, b$ 에 대하여

$$\log_a 2 \times \log_4 b = \frac{1}{8}$$

이 성립할 때,  $\log_b a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 8      ⑤ 16

12. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때,  $n(A \cap B) = 1$ 을 만족시키는 모든 집합  $B$ 의 개수는? [3점]

- ① 24      ② 20      ③ 16      ④ 12      ⑤ 8

13. 함수  $y=2\sqrt{x-3}-1$ 의 정의역에서 함수  $f(x)=\frac{-2x+k}{x+1}$ 의 최댓값이  $-\frac{1}{4}$ 일 때, 양의 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

14. 확률변수  $X$ 는 평균이  $m$ , 표준편차가 4인 정규분포를 따르고, 실수  $k$ 에 대하여 다음 등식을 만족시킨다.

$$P(k \leq X \leq k+12) = P(k-4 \leq X \leq k+8)$$

$P(X \geq k+12)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228    ② 0.0668    ③ 0.1587  
④ 0.2857    ⑤ 0.3085

15. 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 양 끝에 놓인 카드에 적힌 숫자의 합이 4가 되는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적힌 카드는 구분하지 않는다.) [4점]

- ① 60      ② 70      ③ 80      ④ 90      ⑤ 100



16. 다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{xf'(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{xf'(x)} = \frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때,  $f(6) = k \times f(2)$ 이다. 상수  $k$ 의 값은? [4점]

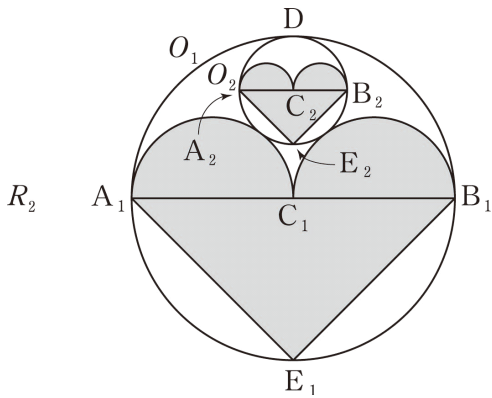
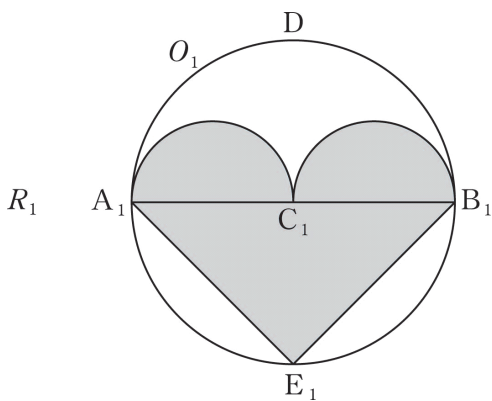
- ① 10      ② 9      ③ 8      ④ 7      ⑤ 6



17. 그림과 같이 길이가 2인 선분  $A_1B_1$ 을 지름으로 하는 원  $O_1$ 이 있다. 원의 중심을  $C_1$ 이라 하고, 점  $C_1$ 을 지나면서 선분  $A_1B_1$ 에 수직인 직선이 원과 만나는 두 점을 각각  $D, E_1$ 이라 하자. 두 선분  $A_1C_1$ 과  $B_1C_1$ 을 각각 지름으로 하는 반원을 삼각형  $A_1B_1E_1$ 과 서로 겹치지 않게 그린 후, 두 반원과 삼각형  $A_1B_1E_1$ 의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 점  $D$ 를 지나면서 호  $A_1C_1$ 와 호  $B_1C_1$ 에 접하는 원을  $O_2$ 라 하자. 원  $O_2$ 의 중심이  $C_2$ 이고, 선분  $A_2B_2$ 가 원  $O_2$ 의 지름이 되도록 두 점  $A_2, B_2$ 를 잡는다. 점  $C_2$ 를 지나면서 선분  $A_2B_2$ 에 수직인 직선이 원과 만나는 점 중  $D$ 가 아닌 점을  $E_2$ 라 하고, 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮ ⋮

- ①  $\frac{\pi+4}{36}$       ②  $\frac{\pi+2}{18}$       ③  $\frac{2(\pi+4)}{9}$   
 ④  $\frac{9(\pi+4)}{32}$       ⑤  $\frac{9(\pi+2)}{16}$

18. 등차수열  $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^{16} (-1)^k a_k = 2, \quad \sum_{k=1}^8 a_{2k} = 4$$

를 만족시킬 때,  $a_8$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-\frac{1}{4}$       ③ 0      ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f'(0) \leq 0$   
 (나) 두 구간  $(0, 2)$ ,  $(2, 4)$ 에서  $f(x)f(x+2) < 0$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ.  $f(4) = 0$   
 ㄴ. 함수  $f(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는  $x$ 의 개수는 2이다.  
 ㄷ. 함수  $f(x)$ 의 극댓값을  $M$ 이라 하면,  $M \geq \frac{32}{3}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 좌표평면 위의 원점에서 출발하여  $x$ 축 또는  $y$ 축과 평행한 방향으로 1씩 4번 이동한 후의 점을 A라 하자.  $\overline{OA} = t$ 라 할 때, 다음 조건에 따라 획득하는 점수를 확률변수  $X$ 라 하자.

점 A가  $x$ 축 또는  $y$ 축 위에 있을 때 1점을 획득하고,  $x$ 축 또는  $y$ 축 위에 있지 않고  $0 < t \leq 2$ 일 때 2점을 획득하고,  $x$ 축 또는  $y$ 축 위에 있지 않고  $2 < t \leq 4$ 일 때 3점을 획득한다.

다음은 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, 각 방향으로 갈 확률은 동일하고, 0는 원점이다.)

좌표평면 위의 원점에서 출발하여  $x$ 축 또는  $y$ 축과 평행한 방향으로 1씩 4번 이동했을 때, 전체 경우의 수는  $4^4 = 256$ 이고, 가능한  $t$ 의 값은 0, (가), 2,  $2\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{10}$ , 4이다.  $t=0$ ,  $t=2$ ,  $t=4$ 일 때, 1점을 획득하고  $t =$  (가) 일 때, 2점을 획득하고  $t = 2\sqrt{2}$ ,  $t = \sqrt{10}$  일 때, 3점을 획득한다.

$$P(X=1) = \frac{1}{256} \times (36+64+4) = \frac{13}{32}$$

$$P(X=2) = \frac{1}{256} \times (4 \times \text{(나)})$$

$$P(X=3) = 1 - \{P(X=1) + P(X=2)\}$$

따라서 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{i=1}^3 \{i \times P(X=i)\} = \text{(다)}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 라 할 때,  $8a^2c - b$ 의 값은? [4점]

- ① 1                      ② 3                      ③ 5                      ④ 7                      ⑤ 9

21. 음이 아닌 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x+a & (0 \leq x < 2) \\ bx+c & (x \geq 2) \end{cases}$$

와  $g(x) = |x^2 - 3|$ 에 대하여 방정식  $f(g(x)) = 4$ 의 서로 다른 실근의 개수는 5이다. 세 상수  $a, b, c$ 의 곱  $abc$ 의 값은? [4점]

- ① -4                      ② -8                      ③ -12  
 ④ -16                     ⑤ -20

단답형

22.  ${}_8C_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = 2x^2 + 7x + 6$ 에 대하여  $f'(6)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 다항식  $(1-2x^2)^6(2+x)$ 의 전개식에서  $x^9$ 의 계수를 구하시오.

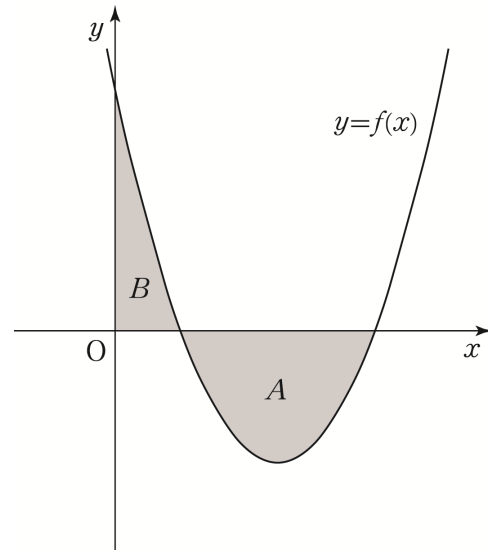
[3점]

25. 함수  $f(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = f(x+2)$ 를 만족시키고

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (0 \leq x < 1) \\ x^2+ax+b & (1 \leq x < 2) \end{cases}$$

이다.  $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,  $a^2+b^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

26. 상수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x) = (x-a)^2 - 9$ 의 그래프와  $x$ 축으로 둘러싸인 도형을  $A$ , 함수  $f(x)$ 의 그래프와  $x$ 축 및  $y$ 축으로 둘러싸인 도형을  $B$ 라 하자.  $A$ 의 넓이가  $B$ 의 넓이의 2배일 때,  $a^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 3$ ) [4점]



27. 어느 농가에서 생산하는 레몬의 무게는 평균이  $m$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농가에서 생산하는 레몬 중에서 임의추출한, 크기가  $n$ 인 표본을 조사하였더니 레몬 무게의 표본표준편차의 값이 32였다. 이 결과를 이용하여, 이 농가에서 생산하는 레몬 무게의 평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면  $a \leq m \leq b$ 이다.  $b - a \leq 31.36$ 을 만족시키는  $n$ 의 최솟값을 구하시오. (단, 무게의 단위는 g이고,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때  $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

28. A와 B가 한 번 게임을 할 때마다 다음과 같은 규칙에 따라 점수를 계산하려고 한다.

- (가) 이긴 사람은 2점을 얻고, 진 사람은 4점을 잃는다.  
 (나) 점수는 0점 미만으로 내려가지 않는다.

예를 들어 A가 2점, B가 6점인 상태에서 B가 이기면 A는 0점, B는 8점이 된다. A와 B 둘 다 8점을 가지고 시작할 때, 게임을 4번 한 후 A와 B의 점수의 합이 10점일 확률이  $k$ 이다.  $32k$ 의 값을 구하시오. (단, A와 B가 이길 확률은 동일하며, 비기는 경우는 없다.) [4점]

29. 양수  $t$ 에 대하여 함수  $f(x) = |(x-8t)(x^2-4tx+16)|$  이 극대 또는 극소가 되는  $x$ 의 개수를  $g(t)$ 라 하자. 방정식  $g(t) = mt$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3일 때, 실수  $m$ 의 최솟값은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 가 있다. 정수  $n$ 에 대하여  $f(n+1) - f(n) = f'(c)$ 를 만족시키는 모든 실수  $c$ 의 개수를  $g(n)$ 이라 할 때, 두 함수  $f(x)$ ,  $g(n)$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(2) - f(1) = f'(3) = 0$   
 (나) 방정식  $g(n) = n+1$ 을 만족시키는 서로 다른 정수  $n$ 의 개수는 3이다.

$f(0) - f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]